

Block 02 — Frequenzgang, Dezibel und Bode-Diagramm

Student Group

First Name	Surname	Matrikel Nr.

Table of Contents

Block 02 — Frequenzgang, Dezibel und Bode-Diagramm	3
2.0 Einführung	3
2.0.1 Lernziele	3
2.0.2 Vorbereitung zu Hause	4
2.0.3 90-Minuten-Plan	4
2.0.4 Konzeptübersicht	4
2.1 Kerninhalt	4
2.1.1 Vom Zeitbereich zum Frequenzbereich	4
Frequenz, Periodendauer und Kreisfrequenz	5
Phase als Zeitverschiebung	5
2.1.2 Übertragungsverhältnis und Frequenzgang	6
2.1.3 Die dB-Skala	6
Technische Pegel in dB	7
Warum gilt bei Leistungen der Faktor 10?	7
Einfache Beispiele für Spannungsverhältnisse in dB	7
Warum verwendet man dB?	8
Etwas schwierigere Umrechnungen	9
2.1.4 Das Bode-Diagramm	9
Vorüberlegung: komplexe Größen	9
Entwicklung des Bode-Diagramms	10
2.1.5 Beschreibung des Bode-Diagramms	11
Amplitudengang	11
Phasengang	11
Dekaden	11
Steigungen im Amplitudengang	12
Asymptotische Darstellung	13
2.1.6 Die -3-dB-Grenze	13

2.1.7 Frequenzgang und die Leit-Schaltung	13
2.2 Häufige Fehler	14
2.3 Übungen	14
Exercise E02.1 Frequenz, Periodendauer und Phase	14
Exercise E02.2 Lineare Faktoren und Dezibel	15
Exercise E02.3 Hintereinandergeschaltete Stufen	16
Exercise E02.4 Ein Bode-Diagramm lesen	16
Exercise E02.5 Praktische Untersuchung eines Frequenzgangs	17
Exercise E02.6 PWM-Störung im Strommesssignal	17
2.4 Zusammenfassung	18
2.5 Ausblick	18

Block 02 — Frequenzgang, Dezibel und Bode-Diagramm

2.0 Einführung

In der Leit-Schaltung wird der Motor mit einem PWM-Signal angesteuert. Gleichzeitig soll über den Shunt ein möglichst gut auswertbares Stromsignal gewonnen werden.

Damit treffen zwei sehr unterschiedliche Betrachtungsweisen aufeinander:

- Im **Zeitbereich** sehen wir Spannungen und Ströme als Funktion der Zeit.
- Im **Frequenzbereich** betrachten wir, wie eine Schaltung auf Signale unterschiedlicher Frequenz reagiert.

Warum ist diese zweite Sichtweise hilfreich?

Betrachten wir zunächst ein Signal, das durch hochfrequente Störungen überlagert ist.

Links ist das ursprüngliche Signal zu sehen. Anschließend wird Rauschen hinzugefügt. Nach den beiden Filterstufen nimmt der hochfrequente Anteil sichtbar ab.

Dabei entsteht jedoch ein Zielkonflikt: Das Signal wird glatter, gleichzeitig werden aber auch schnelle Änderungen des Nutzsignals abgeschwächt.

Die entscheidende Frage lautet deshalb nicht nur:

„Filtert die Schaltung?“

sondern vielmehr:

„Welche Frequenzen werden wie stark übertragen?“

Genau dafür werden in diesem Block Frequenzgang, Dezibel und Bode-Diagramm eingeführt.

2.0.1 Lernziele

Nach diesem 90-minütigen Block können Sie

- zwischen Zeitbereich und Frequenzbereich unterscheiden,
- die Frequenz f , Kreisfrequenz ω und Periodendauer T ineinander umrechnen,
- ein Spannungsübertragungsverhältnis $A_{\text{V}} = U_{\text{O}} / U_{\text{I}}$ interpretieren,
- lineare Spannungsverhältnisse in Dezibel umrechnen und typische dB-Werte ohne Taschenrechner abschätzen,
- erklären, warum für Spannungen der Faktor 20 und für Leistungen der Faktor 10 im Logarithmus verwendet wird,
- Amplituden- und Phasengang unterscheiden,
- ein einfaches Bode-Diagramm lesen,
- Dekaden und Steigungen in dB/dec interpretieren,

- die Bedeutung der -3 dB -Grenzfrequenz qualitativ erklären,
- Amplitude und Phase in Falstad für verschiedene Frequenzen untersuchen.

2.0.2 Vorbereitung zu Hause

Aus den vorherigen Lehrveranstaltungen werden folgende Zusammenhänge vorausgesetzt:

- $f = 1/T$
- $\omega = 2\pi f$
- sinusförmige Spannungen und Ströme,
- komplexe Impedanzen von Widerstand und Kondensator,
- $Z_R = R$ und $Z_C = 1/(j\omega C)$.

Überlegen Sie vor der Veranstaltung:

- Was geschieht mit $|Z_C|$, wenn die Frequenz steigt?
- Warum könnte eine Schaltung auf ein Signal mit 100 Hz anders reagieren als auf ein Signal mit 100 kHz ?
- Welche Information geht verloren, wenn nur die Amplitude eines Signals betrachtet wird?

2.0.3 90-Minuten-Plan

1. **Einstieg und Simulation (10 min):** verrauschtes Signal und unterschiedliche Wirkung auf niedrige und hohe Frequenzen.
2. **Vom Zeitbereich zum Frequenzgang (15 min):** Sinus als Testsignal, Amplitudenverhältnis und Phase.
3. **Dezibel (20 min):** lineare Faktoren, dB-Skala und typische Referenzwerte.
4. **Bode-Diagramm (25 min):** logarithmische Frequenzachse, Amplituden- und Phasengang, Dekaden und Steigungen.
5. **Praktische Falstad-Untersuchung (15 min):** Frequenz verändern, Grenzfrequenz und Phase ablesen.
6. **Abschluss (5 min):** zentrale Aussagen und Verbindung zum realen Kondensator in Block 03.

2.0.4 Konzeptübersicht

1. Eine Schaltung kann unterschiedliche Frequenzen unterschiedlich stark übertragen.
2. Ein sinusförmiges Testsignal ermöglicht es, für jede Frequenz Amplitudenverhältnis und Phasenverschiebung zu bestimmen.
3. Der **Frequenzgang** beschreibt diese beiden Größen über der Frequenz.
4. Die dB-Skala stellt große Wertebereiche kompakt dar und macht Multiplikationen zu Additionen.
5. Das Bode-Diagramm verwendet eine logarithmische Frequenzachse und besteht aus Amplituden- und Phasengang.
6. Eine Steigung von -20 dB/dec bedeutet: Bei einer Verzehnfachung der Frequenz wird das Amplitudenverhältnis um den Faktor 10 kleiner.
7. Die Grenzfrequenz eines Systems erster Ordnung liegt typischerweise dort, wo der Amplitudengang gegenüber dem Durchlassbereich um -3 dB abgefallen ist.

2.1 Kerninhalt

2.1.1 Vom Zeitbereich zum Frequenzbereich

Bisher wurden Spannungen häufig als Funktion der Zeit betrachtet: $u(t)$.

Eine solche Darstellung beantwortet beispielsweise die Fragen:

- Wann ändert sich das Signal?
- Wie groß ist die Spannung zu einem bestimmten Zeitpunkt?
- Wie schnell steigt oder fällt eine Flanke?

Für viele elektronische Schaltungen ist aber zusätzlich interessant, wie die Schaltung auf **unterschiedliche Frequenzen** reagiert.

Als Testsignal eignet sich besonders eine sinusförmige Spannung

$$u_{\text{I}}(t) = \hat{U}_{\text{I}} \sin(\omega t)$$

Nach dem Einschwingen entsteht in einer linearen Schaltung am Ausgang wieder ein sinusförmiges Signal mit derselben Frequenz. Seine Amplitude und seine zeitliche Lage können sich jedoch ändern:

$$u_{\text{O}}(t) = \hat{U}_{\text{O}} \sin(\omega t + \varphi)$$

Damit reichen zwei Größen aus, um die Wirkung der Schaltung bei einer bestimmten Frequenz zu beschreiben:

- das **Amplitudenverhältnis** $|A_{\text{V}}| = \hat{U}_{\text{O}} / \hat{U}_{\text{I}}$ und
- die **Phasenverschiebung** φ .



Ein Frequenzgang beantwortet für jede Frequenz zwei Fragen:

- **Wie stark** wird das Signal übertragen?
- **Wie stark zeitlich verschoben** erscheint es am Ausgang?

Frequenz, Periodendauer und Kreisfrequenz

Für ein periodisches Signal gilt $f = 1/T$.

Die Kreisfrequenz lautet $\omega = 2\pi f$.

Damit entspricht beispielsweise eine Frequenz von $f = 1 \sim \text{kHz}$ einer Periodendauer von $T = 1 \sim \text{ms}$ und einer Kreisfrequenz von ungefähr $\omega = 6283 \sim \text{rad/s}$.

In Datenblättern, Simulationen und Bode-Diagrammen wird meist die Frequenz f in Hz verwendet. In Gleichungen ist dagegen häufig ω zu finden.

Phase als Zeitverschiebung

Die Phase kann auch aus einer Zeitverschiebung zwischen zwei sinusförmigen Signalen bestimmt werden.

Eine vollständige Periodendauer T entspricht 360° . Für eine Zeitverschiebung Δt gilt daher

$$\varphi = 360^\circ \cdot \{\Delta t / T\}$$

Je nach Richtung der Verschiebung wird die Phase positiv oder negativ angegeben.

Beispiel: Bei $f=1\text{~}\mathrm{kHz}$ gilt $T=1\text{~}\mathrm{ms}$. Ist das Ausgangssignal gegenüber dem Eingang um $250\text{~}\mathrm{\mu s}$ verzögert, entspricht dies einer Phasenverschiebung von 90° .

2.1.2 Übertragungsverhältnis und Frequenzgang

Das Spannungsübertragungsverhältnis einer Schaltung wird mit

$$A_{\mathrm{V}} = \frac{U_{\mathrm{O}}}{U_{\mathrm{I}}}$$

beschrieben.

Ist $A_{\mathrm{V}}=1$, besitzen Ein- und Ausgang dieselbe Amplitude. Bei $A_{\mathrm{V}}=0.1$ besitzt das Ausgangssignal nur noch ein Zehntel der Eingangsamplitude.

Für eine frequenzabhängige Schaltung ist A_{V} jedoch keine einzelne Zahl mehr:

$$A_{\mathrm{V}} = A_{\mathrm{V}}(f).$$

Zusätzlich kann zwischen Ein- und Ausgang eine Phasenverschiebung entstehen. Vollständig wird die Übertragung deshalb durch eine komplexe Größe beschrieben:

$$\underline{A_{\mathrm{V}}}(f) = \frac{\underline{U_{\mathrm{O}}}(f)}{\underline{U_{\mathrm{I}}}(f)}.$$

Für die praktische Betrachtung wird diese komplexe Größe in Betrag und Phase zerlegt:

- $|\underline{A_{\mathrm{V}}}(f)|$: Amplitudenverhältnis
- $\varphi(f)$: Phasenverschiebung

Wir werden im Folgenden vor allem lernen, diese beiden Größen **zu lesen und zu interpretieren**. Die detaillierte Herleitung konkreter Filter folgt später.

2.1.3 Die dB-Skala

Um frequenzabhängige Schaltungen zu untersuchen, müssen häufig sehr große oder sehr kleine Zahlenverhältnisse dargestellt werden. Ein typisches Beispiel ist das Spannungsübertragungsverhältnis

$$A_{\mathrm{V}} = \frac{U_{\mathrm{O}}}{U_{\mathrm{I}}}.$$

Solche Verhältnisse werden in der Technik häufig auch als **Pegel** angegeben. Eine besonders praktische logarithmische Darstellung ist die Einheit **Dezibel (dB)**.

Für Spannungs- und Stromverhältnisse gilt:

$$A_{\mathrm{V}}^{\mathrm{dB}} = 20 \cdot \mathrm{dB} \cdot \log_{10} \left(\frac{U_{\mathrm{O}}}{U_{\mathrm{I}}} \right) = 20 \cdot \mathrm{dB} \cdot \log_{10} (A_{\mathrm{V}})$$

bzw.

$$I_{\mathrm{V}}^{\mathrm{dB}} = 20 \cdot \mathrm{dB} \cdot \log_{10} \left(\frac{I_{\mathrm{O}}}{I_{\mathrm{I}}} \right).$$



Eine Angabe in dB beschreibt zunächst **ein Verhältnis**.

$0\,\mathrm{dB}$ bedeutet dabei nicht „kein Signal“, sondern ein Verhältnis von 1 .

Technische Pegel in dB

Neben reinen Verhältnissen existieren auch Pegelangaben mit einem fest definierten Bezugswert.

Bezeichnung	Symbol	Definition	Bezugswert für $0\,\mathrm{dB}$
Spannungspegel	dBV	$20\log_{10}(U/U_{\mathrm{ref}})$	$1\,\mathrm{V}$
Leistungspegel	dBm	$10\log_{10}(P/P_{\mathrm{ref}})$	$1\,\mathrm{mW}$
Leistungspegel	dBW	$10\log_{10}(P/P_{\mathrm{ref}})$	$1\,\mathrm{W}$

Im Folgenden betrachten wir hauptsächlich Spannungsverhältnisse. Deshalb wird meist einfach die Einheit dB verwendet.

Warum gilt bei Leistungen der Faktor 10?

Für Leistungsverhältnisse lautet die Definition

$$A_P^{\mathrm{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Der Unterschied zum Faktor 20 bei Spannungen lässt sich über $P \propto U^2$ erklären.

Setzt man $U \propto \sqrt{P}$ in die Definition für Spannungsverhältnisse ein, ergibt sich:

$$20 \log_{10} \left(\sqrt{\frac{P_2}{P_1}} \right) = 20 \cdot \frac{1}{2} \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

und damit

$$A_P^{\mathrm{dB}} = 10 \log_{10} \left(\frac{P_2}{P_1} \right)$$

Einfache Beispiele für Spannungsverhältnisse in dB

Einige Werte treten in der Elektronik so häufig auf, dass sie ohne Taschenrechner erkannt werden sollten:

linearer Faktor	Pegel
$\times 0.01$	$-40\,\mathrm{dB}$
$\times 0.1$	$-20\,\mathrm{dB}$
$\times 1$	$0\,\mathrm{dB}$
$\times 2$	ungefähr $+6\,\mathrm{dB}$
$\times 10$	$+20\,\mathrm{dB}$
$\times 100$	$+40\,\mathrm{dB}$

Betrachten wir einige Beispiele genauer.

Für $A_V=1$ gilt:

$$A_V^{\text{dB}} = 20 \log_{10}(1) = 0 \text{ dB}.$$

Für $A_V=0.01$ gilt:

$$A_V^{\text{dB}} = 20 \log_{10}(0.01) = 20 \cdot (-2) = -40 \text{ dB}.$$

Für $A_V=2$ gilt näherungsweise:

$$A_V^{\text{dB}} = 20 \log_{10}(2) \approx 6 \text{ dB}.$$

Für Spannungsverhältnisse sollte man sich insbesondere merken:



- Faktor 10 $\rightarrow +20 \text{ dB}$
- Faktor 2 $\rightarrow \approx +6 \text{ dB}$
- Faktor 1 $\rightarrow 0 \text{ dB}$

Für Abschwächungen gelten die entsprechenden negativen Werte.

Warum verwendet man dB?

Die logarithmische Darstellung bietet mehrere praktische Vorteile.

1. Große Wertebereiche werden übersichtlicher

Ein sehr großes lineares Verhältnis wie

$$A_V = 10\,000\,000$$

entspricht beispielsweise

$$A_V^{\text{dB}} = 140 \text{ dB}.$$

Die logarithmische Darstellung vermeidet damit lange Zahlenfolgen mit vielen Nullen.

2. Multiplikationen werden zu Additionen

Bei mehreren hintereinandergeschalteten Stufen werden die linearen Übertragungsfaktoren multipliziert:

$$A_{V,\text{ges}} = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3.$$

In dB können die zugehörigen Pegel dagegen einfach addiert werden:

$$A_{V,\text{ges}}^{\text{dB}} = A_1^{\text{dB}} + A_2^{\text{dB}} + A_3^{\text{dB}}.$$

Betrachten wir beispielsweise drei Stufen mit

$$A_1^{\text{dB}} = 88 \text{ dB},$$

$$A_2^{\text{dB}} = -58 \text{ dB} \text{ und}$$

$$A_3^{\text{dB}} = 14 \text{ dB}.$$

Dann ergibt sich unmittelbar

$$A_{V,\text{ges}}^{\text{dB}} = 88 \text{ dB} - 58 \text{ dB} + 14 \text{ dB} = 44 \text{ dB}.$$



Für hintereinandergeschaltete Systeme gilt:

- lineare Übertragungsfaktoren werden **multipliziert**,
- Pegel in dB werden **addiert**.

Etwas schwierigere Umrechnungen

Mit den beiden Ankerpunkten

$$20 \text{ dB} \hat{=} 10$$

und

$$6 \text{ dB} \hat{\approx} 2$$

lassen sich viele Werte auch ohne Taschenrechner abschätzen.

Beispielsweise:

$$38 \text{ dB} = 20 \text{ dB} + 3 \cdot 6 \text{ dB}$$

entsprechen näherungsweise

$$10 \cdot 2^3 = 80.$$

Ebenso gilt:

$$-38 \text{ dB} = -20 \text{ dB} - 3 \cdot 6 \text{ dB}$$

und damit näherungsweise

$$0.1 \cdot 2^{-3} = 0.0125.$$

Der Wert -3 dB wird im Folgenden noch eine besondere Bedeutung erhalten.

2.1.4 Das Bode-Diagramm

Das Bode-Diagramm dient dazu, das Übertragungsverhalten eines Systems übersichtlich über einen großen Frequenzbereich darzustellen.

Vorüberlegung: komplexe Größen

Eine komplexe Zahl kann grundsätzlich durch zwei reelle Größen beschrieben werden.

Eine Möglichkeit ist die Darstellung über Real- und Imaginärteil:

$$\underline{A} = \operatorname{Re}(\underline{A}) + j \operatorname{Im}(\underline{A})$$

Alternativ kann dieselbe komplexe Zahl über Betrag und Phase beschrieben werden:

$$\underline{A} = |\underline{A}| \cdot e^{j\varphi}$$

[e^j\varphi](#) für die Betrachtung frequenzabhängiger Spannungsübertragungen ist die zweite Darstellung besonders geeignet. Damit lässt sich das komplexe Übertragungsverhältnis $\underline{u}_f / \underline{u}_i$

durch zwei Größen beschreiben:

- den Betrag $|\underline{A}_V(f)|$ und
- die Phase $\varphi(f)$.

Der Betrag beschreibt, wie stark das Signal übertragen wird. Die Phase beschreibt die Verschiebung zwischen Eingangs- und Ausgangssignal.

Entwicklung des Bode-Diagramms

Betrachten wir zunächst den Frequenzgang eines einfachen RC-Glieds.

Im unteren Teil der Simulation ist der Betrag des Übertragungsverhältnisses als Funktion der Frequenz dargestellt.

Bei kleinen Frequenzen liegt das Spannungsverhältnis nahe 0 dB . Mit steigender Frequenz nimmt die Ausgangsspannung zunehmend ab.

Bewegen Sie den Mauszeiger über die Kurve. Für verschiedene Frequenzen können jeweils Frequenz und Verstärkung in dB abgelesen werden.

In einer zunächst linearen Darstellung der Frequenzachse ist jedoch ein Problem zu erkennen:

Ein großer Teil der interessanten Änderung findet in einem relativ kleinen Bereich der x-Achse statt. Charakteristische Punkte des Frequenzgangs sind deshalb nur schwer abzulesen.

Schalten Sie deshalb über

Options » Linear Scale

zwischen linearer und logarithmischer Frequenzdarstellung um.

Mit logarithmischer Frequenzachse wird das Verhalten deutlich übersichtlicher:

- Für kleine Frequenzen ist der Amplitudengang nahezu konstant.
- In einem Übergangsbereich beginnt die Kurve abzufallen.
- Für hohe Frequenzen ergibt sich näherungsweise eine Gerade.

Aktivieren Sie zusätzlich über

Options » Show Phase

die Darstellung der Phase.

Damit erhalten wir die beiden Bestandteile des später so genannten Bode-Diagramms.

2.1.5 Beschreibung des Bode-Diagramms

Ein Bode-Diagramm ermöglicht die **Darstellung einer komplexwertigen, frequenzabhängigen Größe in logarithmischer Form.**

Es besteht aus zwei Teilen:

- dem **Amplitudengang** und
- dem **Phasengang**.

Amplitudengang

Im Amplitudengang wird der Betrag des Übertragungsverhältnisses in dB über der logarithmischen Frequenz dargestellt.

Die logarithmische Darstellung des Betrags entsteht bereits durch die Verwendung der dB-Skala.

Damit werden sowohl

- die Frequenzachse als auch
- das Amplitudenverhältnis

logarithmisch dargestellt.

Phasengang

Im Phasengang wird die Phase φ in Grad über derselben logarithmischen Frequenzachse dargestellt.

Die Phase selbst wird dabei linear aufgetragen.

Das Bode-Diagramm besteht damit aus:

Teil	y-Achse	x-Achse
Amplitudengang	Betrag in dB	Frequenz logarithmisch
Phasengang	Phase in Grad	Frequenz logarithmisch

Dekaden

Eine Verzehnfachung der Frequenz wird als **Dekade** bezeichnet.

Beispielsweise liegen zwischen

$100 \sim \mathrm{Hz}$ und $1 \sim \mathrm{kHz}$

genauso eine Dekade wie zwischen

$10 \sim \mathrm{kHz}$ und $100 \sim \mathrm{kHz}$.

Auf einer logarithmischen Frequenzachse besitzen diese beiden Bereiche deshalb dieselbe Breite.

Steigungen im Amplitudengang

Betrachten wir zunächst eine Funktion der Form

$$|A_{\text{V}}(f)| = C \cdot f,$$

wobei C eine frequenzunabhängige Konstante ist.

Wird die Frequenz um den Faktor 10 erhöht, steigt auch der Betrag um den Faktor 10 .

Ein Faktor 10 entspricht $+20 \text{ dB}$.

Daraus ergibt sich eine Steigung von

$$+20 \text{ dB/dec}.$$

Für

$$|A_{\text{V}}(f)| = \frac{C}{f}$$

führt eine Verzehnfachung der Frequenz dagegen zu einem Zehntel des ursprünglichen Betrags.

Das entspricht -20 dB pro Dekade.

Allgemeiner gilt für

$$|A_{\text{V}}(f)| = \frac{C}{f^n}:$$

Bei einer Verzehnfachung der Frequenz verringert sich das Amplitudenverhältnis um den Faktor 10^n .

Im Bode-Diagramm entspricht dies einer Steigung von

$$-20n \text{ dB/dec}.$$

Verhalten	Steigung
$A(f) \sim f$	$+20 \text{ dB/dec}$
$A(f) \sim 1/f$	-20 dB/dec
$A(f) \sim 1/f^2$	-40 dB/dec

Ein Bode-Diagramm besteht aus

- **Amplitudengang:** Betrag in dB über logarithmischer Frequenz,
- **Phasengang:** Phase in Grad über logarithmischer Frequenz.



Für Funktionen der Form $A(f) \sim f^n$ entstehen im Amplitudengang Geraden.

Insbesondere gilt:

- $A(f) \sim f \rightarrow +20 \text{ dB/dec}$
- $A(f) \sim 1/f \rightarrow -20 \text{ dB/dec}$

Asymptotische Darstellung

In technischen Skizzen wird der tatsächliche Verlauf des Amplitudengangs häufig durch Geraden angenähert.

Diese asymptotische Darstellung ist besonders praktisch, weil sich charakteristische Frequenzbereiche und Steigungen schnell erkennen lassen.

Der reale Verlauf geht dabei kontinuierlich von einem Bereich in den nächsten über.

In den folgenden Blöcken werden wir diese Darstellung nutzen, um das Verhalten realer Kondensatoren und später ganzer Filterschaltungen abzuschätzen.

2.1.6 Die -3-dB-Grenze

Beim betrachteten RC-Glied ist im Bode-Diagramm ein Übergang zwischen zwei Bereichen zu erkennen:

- bei kleinen Frequenzen ist der Betrag nahezu konstant,
- bei hohen Frequenzen fällt er näherungsweise mit -20 dB/dec .

Eine charakteristische Frequenz dieses Übergangs ist die **Grenzfrequenz** f_c .

An dieser Stelle beträgt das Amplitudenverhältnis gegenüber dem Wert im Durchlassbereich

$$|A_{\text{V}}| = \frac{1}{\sqrt{2}} \approx 0.707.$$

In dB ergibt sich:

$$20 \log_{10} \left(\frac{1}{\sqrt{2}} \right) \approx -3 \text{ dB}.$$

Deshalb wird diese Frequenz auch als **-3-dB-Grenzfrequenz** bezeichnet.



-3 dB bedeuten bei einem Spannungsverhältnis nicht „halbe Spannung“.

Es gilt:

- Spannungsverhältnis: ungefähr 0.707
- Leistungsverhältnis bei gleichem Widerstand: 0.5

Für einen RC-Tiefpass erster Ordnung beträgt die Phasenverschiebung an der Grenzfrequenz ungefähr -45° .

Die detaillierte Herleitung der Grenzfrequenz erfolgt später bei der konkreten Analyse von Filterschaltungen.

2.1.7 Frequenzgang und die Leit-Schaltung

Warum benötigen wir dieses Werkzeug für die Motortreiberschaltung?

Das PWM-Signal der Leit-Schaltung besitzt eine Grundfrequenz von ungefähr 30 kHz . Schnelle Schaltvorgänge erzeugen darüber hinaus weitere hochfrequente Signalanteile.

Auch das gemessene Shunt-Signal kann daher neben dem gewünschten Stromverlauf schnelle Störungen und Schaltanteile enthalten.

Wenn später ein Filter für dieses Signal ausgewählt wird, reicht die Aussage

„Das Signal soll geglättet werden.“

nicht aus.

Stattdessen müssen Fragen beantwortet werden wie:

- Welche Frequenzanteile gehören zum Nutzsignal?
- Welche Frequenzanteile sollen abgeschwächt werden?
- Wie stark soll die Abschwächung bei 30 kHz sein?
- Wie viel Phasenverschiebung ist noch akzeptabel?

Das Bode-Diagramm ist das Werkzeug, mit dem diese Fragen quantitativ beschrieben werden können.

In diesem Block wurde also noch kein Filter **dimensioniert**. Zunächst wurde die Sprache eingeführt, mit der sein Verhalten beschrieben werden kann.

2.2 Häufige Fehler

- **dB mit einem absoluten Spannungswert verwechseln:** Eine Angabe in dB beschreibt zunächst ein Verhältnis.
- **Für Spannungen $10\log$ verwenden:** Für Spannungs- und Stromverhältnisse wird $20\log_{10}$ verwendet.
- **-3 dB mit halber Spannung gleichsetzen:** -3 dB entsprechen ungefähr dem Spannungsfaktor 0.707 .
- **Eine logarithmische Frequenzachse wie eine lineare Achse lesen:** Gleiche Abstände entsprechen gleichen Faktoren und nicht gleichen Frequenzdifferenzen.
- **dB/dec mit dB/Hz verwechseln:** Eine Dekade entspricht einer Verzehnfachung der Frequenz.
- **Nur den Amplitudengang betrachten:** Ein Frequenzgang enthält zusätzlich die Phaseninformation.
- **Phase und Zeitverschiebung verwechseln:** Dieselbe Zeitverschiebung entspricht bei unterschiedlichen Frequenzen unterschiedlichen Phasenwinkeln.
- **Den Frequenzgang als Einschaltvorgang interpretieren:** Der klassische Frequenzgang beschreibt das eingeschwungene Verhalten bei sinusförmiger Anregung.

2.3 Übungen

Exercise E02.1 Frequenz, Periodendauer und Phase

Die Aufgabenstellung lautet: Ein Filter soll die Frequenz 20 kHz durchlassen und Frequenzen oberhalb von 40 kHz abschwächen. Welche Phasenwinkel entsprechen dieser Zeitverschiebung?

1. Bestimmen Sie die Periodendauer T .

Solution

Die Zeitkonstante τ beträgt die $50\text{ }\mu\text{s}$ und damit $\omega\tau = 2\pi \cdot 20 \cdot 50 \cdot 10^{-6} = 0,628$.

Die Amplitude A beträgt 20 V und die Phase φ beträgt -72° .

Die Amplitude A beträgt 20 V und die Phase φ beträgt -72° .

Die Amplitude A beträgt 20 V und die Phase φ beträgt -72° .

Das Ausgangssignal ist verzögert, daher gilt ungefähr

$\varphi \approx -36^\circ$.

$\varphi = -72^\circ$.

Die gleiche Zeitverzögerung führt bei höherer Frequenz also zu einer größeren Phasenverschiebung.

Exercise E02.2 Lineare Faktoren und Dezibel

3. Welchem dB-Wert entspricht ein Faktor von 10? Welchem dB-Wert entspricht ein Faktor von 100? Welchem dB-Wert entspricht ein Faktor von 1000?

1. Welchem dB-Wert entspricht ein Spannungsverhältnis von $A_{\text{V}} = 10$?

Solution

Solution

Solution

$20 \cdot \lg(10) = 20 \cdot 1 = 20\text{ dB}$.

$+6\text{ dB}$ entsprechen ungefähr einem Faktor 2.

-6 dB entsprechen ungefähr einem Faktor 0,5.

Eine Dämpfung von -6 dB entspricht daher dem Kehrwert:

$20 \cdot \lg(0,5) = 20 \cdot (-0,301) = -6,02\text{ dB}$.

$A_{\text{V}} \approx \frac{1}{2} = 0,5$.

$20 \cdot \lg(0,5) = 20 \cdot (-0,301) = -6,02\text{ dB}$.

Die Ausgangsspannung ist also ungefähr halb so groß wie die Eingangsspannung.

$A_{\text{V,dB}} = 20\text{ dB}$.

Exercise E02.3 Hintereinandergeschaltete Stufen

Drei Stufen sind hintereinandergeschaltet. Die Verstärkungen sind:

- $A_1 = 10$,

Solution $A_2 = 0.1$ und

- $A_3 = 2$.

1. Bestimmen Sie das gesamte lineare Spannungsübertragungsverhältnis.

Es gilt: dB-Darstellung werden die einzelnen Werte addiert:

Solution

$$A_{\text{ges}} = 10 \cdot 0.1 \cdot 2 = 2 \quad \text{oder} \quad 20 \sim \text{dB} + (-20) \sim \text{dB} + 6 \sim \text{dB} = 6 \sim \text{dB}.$$

$$A_2 = 0.1 \quad \text{oder} \quad -20 \sim \text{dB}$$

Dies entspricht wie erwartet ungefähr einem linearen Faktor 2.

2. Hintereinandergeschaltete Stufen werden die linearen Faktoren multipliziert:

$$A_{\text{ges}} = 10 \cdot 0.1 \cdot 2 = 2.$$

Exercise E02.4 Ein Bode-Diagramm lesen

Ein System besitzt eine Verstärkung von $20 \sim \text{dB}$ bei $1 \sim \text{kHz}$ und eine Roll-off Rate von $-20 \sim \text{dB/dec}$.
 Bei welcher Frequenz fällt der Amplitudengang mit $-20 \sim \text{dB/dec}$ ab?

Solution: Welcher Pegel ist näherungsweise bei $10 \sim \text{kHz}$ zu erwarten?

Solution

Solution

Von $1 \sim \text{kHz}$ nach $10 \sim \text{kHz}$ liegen zwei Dekaden.

$-20 \sim \text{dB}$ entsprechen einem Faktor von 0.1 .

Daher beträgt die Änderung

$$-40 \sim \text{dB} \quad \text{oder} \quad 10 \cdot 0.1 = 1 \quad \text{oder} \quad 10 \cdot 0.1 = 1 \quad \text{oder} \quad 10 \cdot 0.1 = 1.$$

$$2 \cdot (-20 \sim \text{dB}) = -40 \sim \text{dB}.$$

Bei Ausgangsspannung $1 \sim \text{V}$ beträgt die Amplitude bei $10 \sim \text{kHz}$ ein Zehntel.

Der Ausgangspegel beträgt also $-40 \sim \text{dB}$ noch ungefähr ein Hundertstel der Eingangsamplitude.

$$-40 \sim \text{dB}.$$

Exercise E02.5 Praktische Untersuchung eines Frequenzgangs

Beobachten Sie, wie sich der charakteristische Übergang im Bode-Diagramm verschiebt.

1. Bestimmen Sie mit dem Cursor näherungsweise die Frequenz, bei der der Amplitudengang

Solution

Solution

Bei der Grenzfrequenz f_c liegt ungefähr RC Teil des ersten Ordnung Grenzfrequenzphase

Die Grenzfrequenz f_c wird für $R=16\text{ k}\Omega$ und $C=100\text{ nF}$ zu $f_c = 1/(2\pi RC) \approx 995\text{ Hz}$ berechnet. Die Grenzfrequenz nähert sich bei

Die Grenzfrequenz f_c wird für $R=16\text{ k}\Omega$ und $C=100\text{ nF}$ zu $f_c = 1/(2\pi RC) \approx 995\text{ Hz}$ berechnet. Die Grenzfrequenz nähert sich bei

Die Grenzfrequenz f_c wird für $R=16\text{ k}\Omega$ und $C=100\text{ nF}$ zu $f_c = 1/(2\pi RC) \approx 995\text{ Hz}$ berechnet. Die Grenzfrequenz nähert sich bei

Die Grenzfrequenz f_c wird für $R=16\text{ k}\Omega$ und $C=100\text{ nF}$ zu $f_c = 1/(2\pi RC) \approx 995\text{ Hz}$ berechnet. Die Grenzfrequenz nähert sich bei

Exercise E02.6 PWM-Störung im Strommesssignal

In der Simulation wird ein PWM-Signal mit einer Amplitude von 80 mV erzeugt. Wie groß ist die Amplitude des Signals nach dem Filter?

Angenommen, ein später eingesetztes Filter besitzt bei 30 kHz eine Dämpfung von -12 dB .

Solution

1. Schätzen Sie den zugehörigen linearen Spannungsfaktor ab.

Solution

Die Dämpfung bei 30 kHz beschreibt nur einen einzelnen Punkt des Frequenzgangs.

$\hat{U}_O \approx 0.25 \cdot 80\text{ mV} = 20\text{ mV}$.

Zusätzlich muss bekannt sein,

-12 dB können als zweimal -6 dB betrachtet werden.

- welche Frequenzanteile zum Nutzsignal gehören,

Jede Änderung des Nutzsignals entspricht ungefähr einer Halbierung der Spannung.

- wie sich höhere Frequenzanteile bzw. Oberwellen verhalten.

Damit gilt näherungsweise:

Ein Filter muss daher immer über einen relevanten Frequenzbereich betrachtet werden.

2.4 Zusammenfassung

- Der Frequenzgang beschreibt, wie eine Schaltung sinusförmige Signale unterschiedlicher Frequenz überträgt.
- Zur vollständigen Beschreibung gehören Amplitudenverhältnis und Phasenverschiebung.
- Für Spannungsverhältnisse gilt $A_{\text{dB}} = 20 \log_{10}(|A|)$.
- 0 dB entsprechen einem Faktor 1, 20 dB einem Faktor 10 und ungefähr 6 dB einem Faktor 2.
- Das Bode-Diagramm besitzt eine logarithmische Frequenzachse sowie einen Amplituden- und einen Phasengang.
- Eine Dekade entspricht einer Verzehnfachung der Frequenz.
- -20 dB/dec bedeuten eine Verringerung des Amplitudenverhältnisses um den Faktor 10 je Frequenzdekade.
- Bei einem System erster Ordnung liegt die Grenzfrequenz bei ungefähr -3 dB gegenüber dem Durchlassbereich.
- -3 dB entsprechen einem Spannungsfaktor von ungefähr 0.707 , nicht 0.5 .
- Bode-Diagramme ermöglichen es, Nutz- und Störfrequenzen einer realen Schaltung gezielt zu beurteilen.

2.5 Ausblick

Bisher wurde ein Kondensator im Frequenzbereich mit der idealen Impedanz

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

beschrieben.

Diese Gleichung sagt voraus, dass der Betrag der Impedanz mit steigender Frequenz immer weiter abnimmt.

Ein realer Kondensator verhält sich jedoch nur in einem begrenzten Frequenzbereich so.

Im nächsten Block wird deshalb der **reale Kondensator** betrachtet: Bauformen, ESR, ESL, Resonanzfrequenz, Spannungsabhängigkeit und die Frage, warum ein Kondensator bei hohen Frequenzen schließlich sogar induktives Verhalten zeigen kann.

From:

<https://wiki.mexle.org/> - MEXLE Wiki

Permanent link:

https://wiki.mexle.org/elektronische_schaltungstechnik/block02?rev=1790543818

Last update: 2026/09/27 23:16

