

Block 02 — Frequenzgang, Dezibel und Bode-Diagramm

Student Group

First Name	Surname	Matrikel Nr.

Table of Contents

Block 02 — Frequenzgang, Dezibel und Bode-Diagramm	3
2.0 Einführung	3
2.0.1 Lernziele	3
2.0.2 Vorbereitung zu Hause	4
2.0.3 90-Minuten-Plan	4
2.0.4 Konzeptübersicht	4
2.1 Kerninhalt	4
2.1.1 Vom Zeitbereich zum Frequenzbereich	4
Frequenz, Periodendauer und Kreisfrequenz	5
Phase als Zeitverschiebung	5
2.1.2 Übertragungsverhältnis und Frequenzgang	6
2.1.3 Die dB-Skala	6
Technische Pegelangaben in dB	7
Einfache Beispiele für Spannungsverhältnisse in dB	7
Nutzen der dB-Darstellung	8
Weitere Beispiele für Spannungsverhältnisse in dB	10
2.1.4 Das Bode-Diagramm	11
Vorbetrachtung: komplexe Zahlen	11
Entwicklung des Bode-Diagramms	11
Beschreibung des Bode-Diagramms	12
Praktische Untersuchung des Bode-Diagramms	13
2.1.7 Frequenzgang und die Leit-Schaltung	13
2.2 Häufige Fehler	14
2.3 Übungen	14
Exercise E02.1 Frequenz, Periodendauer und Phase	14
Exercise E02.2 Lineare Faktoren und Dezibel	15
Exercise E02.3 Hintereinandergeschaltete Stufen	15

Exercise E02.4 Ein Bode-Diagramm lesen	16
Exercise E02.5 Praktische Untersuchung eines Frequenzgangs	16
Exercise E02.6 PWM-Störung im Strommesssignal	17
2.4 Zusammenfassung	17
2.5 Ausblick	18

Block 02 — Frequenzgang, Dezibel und Bode-Diagramm

2.0 Einführung

In der Leit-Schaltung wird der Motor mit einem PWM-Signal angesteuert. Gleichzeitig soll über den Shunt ein möglichst gut auswertbares Stromsignal gewonnen werden.

Damit treffen zwei sehr unterschiedliche Betrachtungsweisen aufeinander:

- Im **Zeitbereich** sehen wir Spannungen und Ströme als Funktion der Zeit.
- Im **Frequenzbereich** betrachten wir, wie eine Schaltung auf Signale unterschiedlicher Frequenz reagiert.

Warum ist diese zweite Sichtweise hilfreich?

Betrachten wir zunächst ein Signal, das durch hochfrequente Störungen überlagert ist.

Links ist das ursprüngliche Signal zu sehen. Anschließend wird Rauschen hinzugefügt. Nach den beiden Filterstufen nimmt der hochfrequente Anteil sichtbar ab.

Dabei entsteht jedoch ein Zielkonflikt: Das Signal wird glatter, gleichzeitig werden aber auch schnelle Änderungen des Nutzsignals abgeschwächt.

Die entscheidende Frage lautet deshalb nicht nur:

„Filtert die Schaltung?“

sondern vielmehr:

„Welche Frequenzen werden wie stark übertragen?“

Genau dafür werden in diesem Block Frequenzgang, Dezibel und Bode-Diagramm eingeführt.

2.0.1 Lernziele

Nach diesem 90-minütigen Block können Sie

- zwischen Zeitbereich und Frequenzbereich unterscheiden,
- die Frequenz f , Kreisfrequenz ω und Periodendauer T ineinander umrechnen,
- ein Spannungsübertragungsverhältnis $A_{\text{V}} = U_{\text{O}} / U_{\text{I}}$ interpretieren,
- lineare Spannungsverhältnisse in Dezibel umrechnen und typische dB-Werte ohne Taschenrechner abschätzen,
- erklären, warum für Spannungen der Faktor 20 und für Leistungen der Faktor 10 im Logarithmus verwendet wird,
- Amplituden- und Phasengang unterscheiden,
- ein einfaches Bode-Diagramm lesen,
- Dekaden und Steigungen in dB/dec interpretieren,

- die Bedeutung der -3 dB -Grenzfrequenz qualitativ erklären,
- Amplitude und Phase in Falstad für verschiedene Frequenzen untersuchen.

2.0.2 Vorbereitung zu Hause

Aus den vorherigen Lehrveranstaltungen werden folgende Zusammenhänge vorausgesetzt:

- $f = 1/T$
- $\omega = 2\pi f$
- sinusförmige Spannungen und Ströme,
- komplexe Impedanzen von Widerstand und Kondensator,
- $Z_R = R$ und $Z_C = 1/(j\omega C)$.

Überlegen Sie vor der Veranstaltung:

- Was geschieht mit $|Z_C|$, wenn die Frequenz steigt?
- Warum könnte eine Schaltung auf ein Signal mit 100 Hz anders reagieren als auf ein Signal mit 100 kHz ?
- Welche Information geht verloren, wenn nur die Amplitude eines Signals betrachtet wird?

2.0.3 90-Minuten-Plan

1. **Einstieg und Simulation (10 min):** verrauschtes Signal und unterschiedliche Wirkung auf niedrige und hohe Frequenzen.
2. **Vom Zeitbereich zum Frequenzgang (15 min):** Sinus als Testsignal, Amplitudenverhältnis und Phase.
3. **Dezibel (20 min):** lineare Faktoren, dB-Skala und typische Referenzwerte.
4. **Bode-Diagramm (25 min):** logarithmische Frequenzachse, Amplituden- und Phasengang, Dekaden und Steigungen.
5. **Praktische Falstad-Untersuchung (15 min):** Frequenz verändern, Grenzfrequenz und Phase ablesen.
6. **Abschluss (5 min):** zentrale Aussagen und Verbindung zum realen Kondensator in Block 03.

2.0.4 Konzeptübersicht

1. Eine Schaltung kann unterschiedliche Frequenzen unterschiedlich stark übertragen.
2. Ein sinusförmiges Testsignal ermöglicht es, für jede Frequenz Amplitudenverhältnis und Phasenverschiebung zu bestimmen.
3. Der **Frequenzgang** beschreibt diese beiden Größen über der Frequenz.
4. Die dB-Skala stellt große Wertebereiche kompakt dar und macht Multiplikationen zu Additionen.
5. Das Bode-Diagramm verwendet eine logarithmische Frequenzachse und besteht aus Amplituden- und Phasengang.
6. Eine Steigung von -20 dB/dec bedeutet: Bei einer Verzehnfachung der Frequenz wird das Amplitudenverhältnis um den Faktor 10 kleiner.
7. Die Grenzfrequenz eines Systems erster Ordnung liegt typischerweise dort, wo der Amplitudengang gegenüber dem Durchlassbereich um -3 dB abgefallen ist.

2.1 Kerninhalt

2.1.1 Vom Zeitbereich zum Frequenzbereich

Bisher wurden Spannungen häufig als Funktion der Zeit betrachtet: $u(t)$.

Eine solche Darstellung beantwortet beispielsweise die Fragen:

- Wann ändert sich das Signal?
- Wie groß ist die Spannung zu einem bestimmten Zeitpunkt?
- Wie schnell steigt oder fällt eine Flanke?

Für viele elektronische Schaltungen ist aber zusätzlich interessant, wie die Schaltung auf **unterschiedliche Frequenzen** reagiert.

Als Testsignal eignet sich besonders eine sinusförmige Spannung

$$u_{\text{I}}(t) = \hat{U}_{\text{I}} \sin(\omega t).$$

Nach dem Einschwingen entsteht in einer linearen Schaltung am Ausgang wieder ein sinusförmiges Signal mit derselben Frequenz. Seine Amplitude und seine zeitliche Lage können sich jedoch ändern:

$$u_{\text{O}}(t) = \hat{U}_{\text{O}} \sin(\omega t + \varphi).$$

Damit reichen zwei Größen aus, um die Wirkung der Schaltung bei einer bestimmten Frequenz zu beschreiben:

- das **Amplitudenverhältnis** $|A_{\text{V}}| = \hat{U}_{\text{O}} / \hat{U}_{\text{I}}$ und
- die **Phasenverschiebung** φ .



Ein Frequenzgang beantwortet für jede Frequenz zwei Fragen:

- **Wie stark** wird das Signal übertragen?
- **Wie stark zeitlich verschoben** erscheint es am Ausgang?

Frequenz, Periodendauer und Kreisfrequenz

Für ein periodisches Signal gilt $f = 1/T$.

Die Kreisfrequenz lautet $\omega = 2\pi f$.

Damit entspricht beispielsweise eine Frequenz von $f = 1 \sim \text{kHz}$ einer Periodendauer von $T = 1 \sim \text{ms}$ und einer Kreisfrequenz von ungefähr $\omega = 6283 \sim \text{rad/s}$.

In Datenblättern, Simulationen und Bode-Diagrammen wird meist die Frequenz f in Hz verwendet. In Gleichungen ist dagegen häufig ω zu finden.

Phase als Zeitverschiebung

Die Phase kann auch aus einer Zeitverschiebung zwischen zwei sinusförmigen Signalen bestimmt werden.

Eine vollständige Periodendauer T entspricht 360° . Für eine Zeitverschiebung Δt gilt daher

$$\varphi = 360^\circ \cdot \{\Delta t / T\}.$$

Je nach Richtung der Verschiebung wird die Phase positiv oder negativ angegeben.

Beispiel: Bei $f=1\text{ kHz}$ gilt $T=1\text{ ms}$. Ist das Ausgangssignal gegenüber dem Eingang um $250\text{ }\mu\text{s}$ verzögert, entspricht dies einer Phasenverschiebung von 90° .

2.1.2 Übertragungsverhältnis und Frequenzgang

Das Spannungsübertragungsverhältnis einer Schaltung wird mit

$$A_{\text{V}} = \frac{U_{\text{O}}}{U_{\text{I}}}$$

beschrieben.

Ist $A_{\text{V}}=1$, besitzen Ein- und Ausgang dieselbe Amplitude. Bei $A_{\text{V}}=0.1$ besitzt das Ausgangssignal nur noch ein Zehntel der Eingangsamplitude.

Für eine frequenzabhängige Schaltung ist A_{V} jedoch keine einzelne Zahl mehr:

$$A_{\text{V}} = A_{\text{V}}(f).$$

Zusätzlich kann zwischen Ein- und Ausgang eine Phasenverschiebung entstehen. Vollständig wird die Übertragung deshalb durch eine komplexe Größe beschrieben:

$$\underline{A_{\text{V}}}(f) = \frac{\underline{U_{\text{O}}}(f)}{\underline{U_{\text{I}}}(f)}.$$

Für die praktische Betrachtung wird diese komplexe Größe in Betrag und Phase zerlegt:

- $|\underline{A_{\text{V}}}(f)|$: Amplitudenverhältnis
- $\varphi(f)$: Phasenverschiebung

Wir werden im Folgenden vor allem lernen, diese beiden Größen **zu lesen und zu interpretieren**. Die detaillierte Herleitung konkreter Filter folgt später.

2.1.3 Die dB-Skala

Die Dezibel-Skala ist eine Hilfsdarstellung, welche die Arbeit mit Verhältnissen vereinfacht, beispielsweise mit dem Verhältnis U_2/U_1 .

Solche Verhältnisse werden in der Technik auch als **Pegel** bezeichnet. Durch die Angabe eines Pegels kann eine Größe auf eine Referenzgröße bezogen werden.

In elektronischen Schaltungen wird Dezibel häufig für Strom- oder Spannungsverhältnisse verwendet. Für diesen Kurs wird dies insbesondere für die Spannungsverstärkung

$$A_{\text{V}} = \frac{U_{\text{O}}}{U_{\text{I}}}$$

und allgemein für Übertragungsfaktoren wichtig.

Die Umrechnung eines Spannungs- bzw. Stromverhältnisses in einen Pegel in dB ist definiert durch:

$$\boxed{A_{\text{V}}^{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10}\left(\frac{U_2}{U_1}\right) = 20 \cdot \log_{10} A_{\text{V}}}$$

bzw. $A_{\text{C}}^{\text{dB}} = 20 \cdot \log_{10} A_{\text{C}}$

$$\log_{10}\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$$

Technische Pegelangaben in dB

Bezeichnung	Symbol	Formel	Bezugswert für 0 dB
Spannungspegel	dBV	$20\{\text{dB}\} \cdot \log_{10}(V/V_{\text{ref}})$	$0\text{dBV} \widehat{=} 1\text{V}$
Leistungspegel	dBm	$10\{\text{dB}\} \cdot \log_{10}(P/P_{\text{ref}})$	$0\text{dBm} \widehat{=} 1\text{mW}$
Leistungspegel	dBW	$10\{\text{dB}\} \cdot \log_{10}(P/P_{\text{ref}})$	$0\text{dBW} \widehat{=} 1\text{W}$
Full-Scale-Pegel	dBFS	$20\{\text{dB}\} \cdot \log_{10}(V/V_{\text{max}})$	$0\text{dBFS} \widehat{=} V_{\text{max}}$
Schalldruckpegel	dBA	$20\{\text{dB}\} \cdot \log_{10}(p/p_{\text{ref}})$	$0\text{dBA} \widehat{=} 20\text{ }\mu\text{Pa}$

Beachten Sie, dass sich die Gleichung für **Leistungsgrößen**, also beispielsweise Verhältnisse von P , etwas verändert.

Da $P \sim U^2$ bzw. $U \sim P^{\frac{1}{2}}$ gilt, ergibt sich:

$$\begin{aligned} A_{P^{\{\text{dB}\}}} &= 20 \{\text{dB}\} \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2^{\frac{1}{2}}}{P_1^{\frac{1}{2}}}\right) \\ &= \color{blue}{20 \{\text{dB}\} \cdot \frac{1}{2} \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)} \\ &= \color{blue}{10 \{\text{dB}\} \cdot \log_{10}\left(\frac{P_2}{P_1}\right)} \end{aligned}$$

Die Tabelle oben zeigt verschiedene in der Technik gebräuchliche Pegelangaben. Im Folgenden wird hauptsächlich das Spannungsverhältnis betrachtet und der zugehörige Pegel vereinfacht mit der Einheit dB angegeben.

Einfache Beispiele für Spannungsverhältnisse in dB

linearer Faktor	Pegel [dB]
$\times 0.01$	$-40 \{\text{dB}\}$
$\times 0.1$	$-20 \{\text{dB}\}$
$\times 1$	$0 \{\text{dB}\}$
$\times 2$	$\approx +6 \{\text{dB}\}$
$\times 10$	$+20 \{\text{dB}\}$
$\times 100$	$+40 \{\text{dB}\}$

Mit der oben angegebenen Gleichung können lineare Faktoren bzw. Verhältnisse $A = \frac{I_2}{I_1}$ in einen Pegel $A^{\{\text{dB}\}}$ in dB umgerechnet werden.

Gelegentlich wird der hochgestellte Index $^{\{\text{dB}\}}$ weggelassen. Stattdessen erkennt man den Pegel an der Einheit dB .

Beispiele:

- Für $A_{\text{V}} = \color{green}{1}$ ergibt sich

$$A_{\text{V}}^{\{\text{dB}\}(\color{green}{1})} = 20 \{\text{dB}\} \cdot \underbrace{\log_{10}(\color{green}{1})}_{\color{blue}{x}} \quad \quad$$

$\rightarrow A_{\text{V}}^{\text{dB}}(\text{1}) = 20 \text{ dB} \cdot 0$
 $\rightarrow A_{\text{V}}^{\text{dB}} = 0 \text{ dB}$
 Dabei besitzt x den Wert, für den $10^x = 1$ gilt, also $x=0$.

1. Für $A_{\text{V}} = 0.01$ ergibt sich

$A_{\text{V}}^{\text{dB}}(0.01) = 20 \text{ dB} \cdot \underbrace{\log_{10}(0.01)}_x \rightarrow A_{\text{V}}^{\text{dB}}(0.01) = 20 \text{ dB} \cdot (-2)$
 $A_{\text{V}}^{\text{dB}} = -40 \text{ dB}$
 Dabei besitzt x den Wert, für den $10^x = 0.01$ gilt, also $x=-2$.

1. Für $A_{\text{V}} = 2$ ergibt sich

$A_{\text{V}}^{\text{dB}}(2) = 20 \text{ dB} \cdot \underbrace{\log_{10}(2)}_x \rightarrow A_{\text{V}}^{\text{dB}}(2) \approx 20 \text{ dB} \cdot 0.30103 \approx 6 \text{ dB}$
 Hier besitzt x den Wert, für den $10^x = 2$ gilt. Damit ist $x \approx 0.30103$.

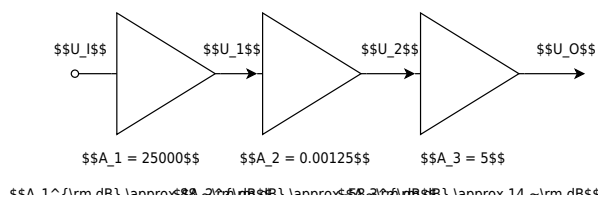
Nutzen der dB-Darstellung

Dezibel besitzt einige Vorteile, die insbesondere bei den später betrachteten frequenzabhängigen Schaltungen hilfreich sind:

- **Handlichere Zahlenwerte:** Werden sehr große oder sehr kleine lineare Werte benötigt, entstehen in der dB-Darstellung meist deutlich kompaktere Zahlen. Beispiel: $A_{\text{V}} = 10000000 \rightarrow A_{\text{V}}^{\text{dB}} = 140 \text{ dB}$. Das reduziert insbesondere das fehleranfällige „Nullenzählen“.
- **Logarithmische Wahrnehmung:** Viele menschliche Sinneswahrnehmungen, beispielsweise Lautstärke oder Helligkeit, reagieren näherungsweise logarithmisch auf physikalische Größen.
- **Einfachere Rechnung:** Durch den Logarithmus wird eine Multiplikation linearer Faktoren zu einer Addition der Pegel:

$$A_{\text{V}}^{\text{dB}}(A_1 \cdot A_2) = 20 \cdot \log_{10}(A_1 \cdot A_2) = 20 \cdot \log_{10}(A_1) + 20 \cdot \log_{10}(A_2) = A_{\text{V}}^{\text{dB}}(A_1) + A_{\text{V}}^{\text{dB}}(A_2)$$

Fig. 1: Beispiel: hintereinandergeschaltete Übertragungsstufen



Gerade der letzte Punkt ist für elektronische Systeme interessant.

Werden mehrere Verstärker oder Übertragungsstufen hintereinander geschaltet, ergibt sich die Gesamtverstärkung aus dem Produkt der Einzelverstärkungen:

$$A_{\text{V, eq}} = \prod A_i = A_1 \cdot A_2 \cdot A_3.$$

In der dB-Darstellung wird daraus dagegen eine Summe:

$$A_{\text{V, eq}}^{\text{dB}} = \sum A_i^{\text{dB}} = A_1^{\text{dB}} + A_2^{\text{dB}} + A_3^{\text{dB}}.$$

Im dargestellten Beispiel ergibt sich:

$$A_{\text{V, eq}}^{\text{dB}} = \sum A_i^{\text{dB}} = 88 \text{ dB} + (-58 \text{ dB}) + 14 \text{ dB} = 44 \text{ dB}.$$

Merke: dB-Darstellung



Für Strom- und Spannungsverhältnisse gilt:

1. Ein linearer Faktor von $\times 10$ entspricht einem Pegel von $+20 \text{ dB}$.

2. Ein linearer Faktor von $\times 2$ entspricht ungefähr einem Pegel von $+6 \text{ dB}$.
3. Der lineare Wert $A_V = 1$ entspricht 0 dB .



Für hintereinandergeschaltete Systeme gilt:

1. lineare Übertragungsfaktoren A_V werden **multipliziert**,
2. Pegel A_V^{dB} werden **addiert**.

Weitere Beispiele für Spannungsverhältnisse in dB

Mit den beiden leicht merkbaren Stützstellen

$$\times 10 \rightarrow +20 \text{ dB}$$

und

$$\times 2 \rightarrow +6 \text{ dB}$$

lassen sich viele lineare Werte auch ohne Taschenrechner näherungsweise aus einem Pegel in dB bestimmen.

Beispiele:

$$1. A_V^{\text{dB}} = 58 \text{ dB}$$

$$\text{mit den Stützstellen: } A_V^{\text{dB}} = 58 \text{ dB} = 40 \text{ dB} + 18 \text{ dB} = 2 \cdot 20 \text{ dB} + 3 \cdot 6 \text{ dB}$$

$$\text{Linear ergibt sich daraus: } \approx \approx \approx \approx \approx \approx A_V = 10^2 \cdot 2^3 = 100 \cdot 8 = 800$$

$$1. A_V^{\text{dB}} = 56 \text{ dB}$$

$$\text{mit den Stützstellen: } A_V^{\text{dB}} = 56 \text{ dB} = 80 \text{ dB} - 24 \text{ dB} = 4 \cdot 20 \text{ dB} - 4 \cdot 6 \text{ dB}$$

$$\text{Linear ergibt sich daraus: } \approx \approx \approx \approx \approx \approx A_V = 10^4 \cdot 2^{-4} = 10000 \cdot \frac{1}{16} = 625$$

$$\text{oder alternativ } A_V^{\text{dB}} = 20 \text{ dB} + 36 \text{ dB} \rightarrow A_V = 10^1 \cdot 2^6 = 10 \cdot 64 = 640$$

$$1. A_V^{\text{dB}} = 56 \text{ dB}$$

$$\text{mit den Stützstellen: } A_V^{\text{dB}} = 56 \text{ dB} = 40 \text{ dB} + 18 \text{ dB} -$$

$$3 \text{ dB} = 20 \text{ dB} + 6 \text{ dB} + \frac{1}{2} \cdot 6 \text{ dB}$$

Linear ergibt sich daraus: $\underline{A}_V = 10^2 \cdot 2^3 \cdot 2^{\frac{1}{2}} \approx 100 \cdot 8 \cdot 0.707 = 560$

Der Wert -3 dB wird im Folgenden noch eine besondere Bedeutung erhalten.

2.1.4 Das Bode-Diagramm

Das Bode-Diagramm soll das Übertragungsverhalten eines Systems übersichtlich darstellen.

Vorbetrachtung: komplexe Zahlen

Eine komplexe Zahl kann immer durch zwei reelle Größen beschrieben werden. Dafür gibt es unterschiedliche Möglichkeiten:

1. Darstellung durch Realteil $\text{Re}(\underline{A}_V) = A_V \cdot \cos(\varphi)$ und Imaginärteil $\text{Im}(\underline{A}_V) = A_V \cdot \sin(\varphi)$ in $\underline{A}_V = \text{Re}(\underline{A}_V) + j \cdot \text{Im}(\underline{A}_V)$
1. Darstellung durch Betrag $A_V = |\underline{A}_V|$ und Phase $\varphi = \arctan\left(\frac{\text{Im}(\underline{A}_V)}{\text{Re}(\underline{A}_V)}\right)$ in $\underline{A}_V = A_V \cdot e^{j\varphi}$

Die zweite Darstellung ist für die Betrachtung frequenzabhängiger Spannungsverhältnisse besonders geeignet. Sie trennt die Änderung der Amplitude von der zeitlichen Verschiebung bzw. Phase.

Entwicklung des Bode-Diagramms

Um die Frequenzabhängigkeit des Spannungsübertragungsverhältnisses besser zu verstehen, kann dessen Betrag als Funktion der Frequenz f dargestellt werden: $|A_V(f)|$.

Sinnvoll ist es, das Spannungsverhältnis als Pegel $|A_V|^{\text{dB}}(f)$ darzustellen.

Die Simulation zeigt den Verlauf von $|A_V|^{\text{dB}}(f)$ für einen Tiefpass im unteren Bereich der Darstellung. Der Verlauf beginnt links bei ungefähr 0 dB und fällt für höhere Frequenzen deutlich ab.

Wird der Mauszeiger über das Diagramm bewegt, kann für jede Frequenz der jeweilige Wert der Verstärkung in dB angezeigt werden.

Beim Anklicken eines Punktes im Frequenzgang zeigt die Simulation außerdem die zu dieser Frequenz gehörenden Strom- und Spannungsverhältnisse in der Schaltung.

Bei einer linearen Frequenzachse ist es allerdings schwierig, charakteristische Punkte wie beispielsweise die Grenzfrequenz aus dem Frequenzgang abzulesen.

Wird auch die Frequenzachse logarithmisch dargestellt, ergibt sich ein deutlich übersichtlicheres Bild.

In Falstad kann dies über Options » Linear Scale umgeschaltet werden.

Nun werden

- der zunächst nahezu konstante Verlauf bei niedrigen Frequenzen und
- der Abfall bei höheren Frequenzen

sehr deutlich sichtbar.

Die Phase kann über Options » Show Phase eingeblendet werden.

Beschreibung des Bode-Diagramms

Fig. 3: Prinzipdarstellung eines Bode-Diagramms



Das Bode-Diagramm ermöglicht die **Darstellung einer komplexwertigen, frequenzabhängigen Größe in logarithmischer Form.**

Der Frequenzgang wird dabei in zwei Darstellungen aufgeteilt:

- den **Amplitudengang**, der die Amplitude logarithmisch als dB-Pegel über einer logarithmischen Frequenzachse darstellt,
- den **Phasengang**, der die Phase linear über einer logarithmischen Frequenzachse darstellt.

Eine Änderung der Frequenz um den Faktor $\times 10$ wird als **Dekade** bezeichnet.

Der Amplitudengang verschiedener grundlegender Funktionen kann damit einfach beschrieben werden. Dabei bezeichnet $\mathcal{C}$ einen beliebigen frequenzunabhängigen Faktor:

1. $|A_{\text{V}}(f)| = \mathcal{C} \cdot f$:

Wird eine Funktion betrachtet, die linear mit f wächst, führt eine Verzehnfachung der Frequenz zu einer Verzehnfachung des Spannungsübertragungsverhältnisses.
Daraus ergibt sich ein Anstieg um $+20 \text{ dB}$ pro Dekade.

1. $|A_{\text{V}}(f)| = \mathcal{C} / f$:

Ist eine Funktion umgekehrt proportional zu f , führt eine Verzehnfachung der Frequenz zu einer Verringerung des Spannungsübertragungsverhältnisses auf ein Zehntel.
Daraus ergibt sich ein Abfall um -20 dB pro Dekade.

1. $|A_{\text{V}}(f)| = \mathcal{C} / f^n$:

Ist eine Funktion umgekehrt proportional zu f^n , führt eine Verzehnfachung der Frequenz zu einer Verringerung des Spannungsübertragungsverhältnisses auf $1/10^n$.
Daraus ergibt sich ein Abfall um $-20 \text{ dB} \cdot n$ pro Dekade.

Als Alternative zum exakten Verlauf werden $|A_{\text{V}}(f)|$ und $\varphi(f)$ gelegentlich näherungsweise durch Geradenstücke dargestellt.

Merke: Bode-Diagramm

Das Bode-Diagramm bzw. der Frequenzgang besteht aus:

1. **Amplitudengang:** Amplitude in dB über logarithmischer Frequenz.
2. **Phasengang:** linear dargestellte Phase über logarithmischer Frequenz.



Dadurch ergeben sich im Amplitudengang für Funktionen der Form $A(\omega) \sim \omega^n$ Geraden.

Insbesondere gilt:

1. für $A(\omega) \sim \omega$ eine Steigung von $+20 \text{ dB/decade}$,
2. für $A(\omega) \sim \frac{1}{\omega}$ eine Steigung von -20 dB/decade .

Praktische Untersuchung des Bode-Diagramms

Verwenden Sie die Simulation oben und untersuchen Sie den Frequenzgang zunächst ohne Rechnung.

1. Bewegen Sie den Cursor von niedrigen zu hohen Frequenzen über den Amplitudengang.
2. Beobachten Sie, wie sich U_{O} gegenüber U_{I} verändert.
3. Schalten Sie die Phase ein.
4. Suchen Sie den Bereich, in dem der Amplitudengang beginnt deutlich abzufallen.
5. Vergleichen Sie zwei Frequenzen, die ungefähr eine Dekade auseinanderliegen.
6. Bestimmen Sie näherungsweise die Änderung des Pegels zwischen diesen beiden Punkten.

Die Rechnung zur Grenzfrequenz und die genaue Analyse des RC-Tiefpasses folgen später. In diesem Block steht zunächst das **Lesen und Interpretieren des Bode-Diagramms** im Vordergrund.

2.1.7 Frequenzgang und die Leit-Schaltung

Warum benötigen wir dieses Werkzeug für die Motortreiberschaltung?

Das PWM-Signal der Leit-Schaltung besitzt eine Grundfrequenz von ungefähr 30 kHz . Schnelle Schaltvorgänge erzeugen darüber hinaus weitere hochfrequente Signalanteile.

Auch das gemessene Shunt-Signal kann daher neben dem gewünschten Stromverlauf schnelle Störungen und Schaltanteile enthalten.

Wenn später ein Filter für dieses Signal ausgewählt wird, reicht die Aussage

„Das Signal soll geglättet werden.“

nicht aus.

Stattdessen müssen Fragen beantwortet werden wie:

- Welche Frequenzanteile gehören zum Nutzsignal?
- Welche Frequenzanteile sollen abgeschwächt werden?
- Wie stark soll die Abschwächung bei 30 kHz sein?

- Wie viel Phasenverschiebung ist noch akzeptabel?

Das Bode-Diagramm ist das Werkzeug, mit dem diese Fragen quantitativ beschrieben werden können.

In diesem Block wurde also noch kein Filter **dimensioniert**. Zunächst wurde die Sprache eingeführt, mit der sein Verhalten beschrieben werden kann.

2.2 Häufige Fehler

- **dB mit einem absoluten Spannungswert verwechseln:** Eine Angabe in dB beschreibt zunächst ein Verhältnis.
- **Für Spannungen $10\log$ verwenden:** Für Spannungs- und Stromverhältnisse wird $20\log_{10}$ verwendet.
- **$-3\sim\mathrm{dB}$ mit halber Spannung gleichsetzen:** $-3\sim\mathrm{dB}$ entsprechen ungefähr dem Spannungsfaktor 0.707 .
- **Eine logarithmische Frequenzachse wie eine lineare Achse lesen:** Gleiche Abstände entsprechen gleichen Faktoren und nicht gleichen Frequenzdifferenzen.
- **$\mathrm{dB/dec}$ mit $\mathrm{dB/Hz}$ verwechseln:** Eine Dekade entspricht einer Verzehnfachung der Frequenz.
- **Nur den Amplitudengang betrachten:** Ein Frequenzgang enthält zusätzlich die Phaseninformation.
- **Phase und Zeitverschiebung verwechseln:** Dieselbe Zeitverschiebung entspricht bei unterschiedlichen Frequenzen unterschiedlichen Phasenwinkeln.
- **Den Frequenzgang als Einschaltvorgang interpretieren:** Der klassische Frequenzgang beschreibt das eingeschwungene Verhalten bei sinusförmiger Anregung.

2.3 Übungen

Exercise E02.1 Frequenz, Periodendauer und Phase

Die Aufgabenstellung lautet: Ein Filter hat eine Frequenzcharakteristik, die durch $\varphi(\omega) = -\arctan(\omega/\omega_0)$ beschrieben wird. Die Zeitkonstante τ des Filters beträgt $10\text{ }\mu\text{s}$. Wie groß ist die Phasenverschiebung bei einer Frequenz von 25 kHz ? Wie groß ist die Periodendauer T ?

1. Bestimmen Sie die Periodendauer T .

Solution

Solution

Bei 40 kHz beträgt die Periodendauer $T = 1/f = 25\text{ }\mu\text{s}$.
 Mit $T = 1/f$ ergibt sich
 $f = 1/T = 1/25\text{ }\mu\text{s} = 40\text{ kHz}$.
 $T = 1/25\text{ kHz} = 40\text{ }\mu\text{s}$.
 $\varphi = -\arctan(\omega/\omega_0) = -\arctan(25\text{ kHz}/40\text{ kHz}) = -36^\circ$.
 Da die Phase üblicherweise als negativ angegeben:
 Das Ausgangssignal ist verzögert, daher gilt ungefähr
 $\varphi \approx -36^\circ$.
 $\varphi = -72^\circ$.

Die gleiche Zeitverzögerung führt bei höherer Frequenz also zu einer größeren Phasenverschiebung.

Exercise E02.2 Lineare Faktoren und Dezibel

3. Wie hoch ist die Dämpfung in dB, wenn die Ausgangsspannung A_{out} um den Faktor 10 kleiner ist als die Eingangsspannung A_{in} ? Welchen Faktor wird die Spannung ungefähr reduziert?

1. Welchem dB-Wert entspricht ein Spannungsverhältnis von $A_{\text{out}}/A_{\text{in}}=10$?

Solution

Solution

Solution

$$20 \log_{10} \left(\frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{10} \right) = -20 \text{ dB}$$

-20 dB entsprechen ungefähr einem Faktor 10 .

Die Dämpfung von -20 dB entspricht einem Faktor 0.1 .

Eine Dämpfung von -6 dB entspricht daher dem Kehrwert:

$$20 \log_{10} \left(\frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} \right) = -6 \text{ dB} \Rightarrow \frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} = 10^{-6/20} \approx 0.5$$

$A_{\text{out}} \approx 0.5 A_{\text{in}}$

$$20 \log_{10} \left(\frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{1}{2} \right) = -6 \text{ dB}$$

Die Ausgangsspannung ist also ungefähr halb so groß wie die Eingangsspannung.

$$A_{\text{out}}/A_{\text{in}} = 0.5 \Rightarrow -6 \text{ dB}$$

Exercise E02.3 Hintereinandergeschaltete Stufen

3. Bestimmen Sie das gesamte lineare Spannungsübertragungsverhältnis in dB.

$$A_1 = 10$$

Solution

$$A_2 = 0.1 \text{ und } A_3 = 2$$

.. Bestimmen Sie das gesamte lineare Spannungsübertragungsverhältnis.

Es gilt: dB-Darstellung werden die einzelnen Werte addiert:

Solution

$$20 \log_{10} \left(\frac{A_{\text{out}}}{A_{\text{in}}} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{A_1 \cdot A_2 \cdot A_3}{A_{\text{in}}} \right) = 20 \log_{10} \left(\frac{10 \cdot 0.1 \cdot 2}{1} \right) = 20 \log_{10} (2) \approx 6 \text{ dB}$$

$$A_{\text{out}}/A_{\text{in}} = 10^{6/20} \approx 2$$

Dies entspricht wie erwartet ungefähr einem linearen Faktor 2 .

Bei hintereinandergeschalteten Stufen werden die linearen Faktoren multipliziert:

$$A_{\text{ges}} = 10 \cdot 0.1 \cdot 2 = 2$$

Exercise E02.4 Ein Bode-Diagramm lesen

Ein System besitzt bei 100 kHz eine Verstärkung von 20 dB .
 Bei einer Frequenz fällt der Amplitudengang mit -20 dB/dec .

Welcher Pegel ist näherungsweise bei 10 kHz zu erwarten?

Solution

Solution

Von 1 kHz nach 100 kHz liegen zwei Dekaden.

-20 dB entsprechen einem Faktor von 0.1 .

Daher beträgt die Änderung

20 dB zu 2 dB in 10 kHz genau eine Dekade.

$2 \cdot (-20 \text{ dB}) = -40 \text{ dB}$.

Bei 100 kHz beträgt die Verstärkung 20 dB .
 Bei 10 kHz beträgt sie -40 dB , das heißt ein Zehntel der Eingangsamplitude.

-20 dB .

Exercise E02.5 Praktische Untersuchung eines Frequenzgangs

Bestimmen Sie die Grenzfrequenz eines Systems mit der Übertragungsfunktion $H(s) = \frac{1}{s+1000}$ mit $\omega = 2 \text{ kHz}$.
 Beobachten Sie, wie sich der charakteristische Übergang im Bode-Diagramm verschiebt.

1. Bestimmen Sie mit dem Cursor näherungsweise die Frequenz, bei der der Amplitudengang

0 dB erreicht.

Solution

Solution

Bei 1000 Hz liegt ungefähr ein Pol. Die Grenzfrequenz ist die Frequenz, bei der der Amplitudengang 0 dB erreicht.

Die Grenzfrequenz ist die Frequenz, bei der der Amplitudengang 0 dB erreicht.

Die Grenzfrequenz ist die Frequenz, bei der der Amplitudengang 0 dB erreicht.

Die Grenzfrequenz ist die Frequenz, bei der der Amplitudengang 0 dB erreicht.

Die Grenzfrequenz ist die Frequenz, bei der der Amplitudengang 0 dB erreicht.

Die Grenzfrequenz ist die Frequenz, bei der der Amplitudengang 0 dB erreicht.

Die Grenzfrequenz ist die Frequenz, bei der der Amplitudengang 0 dB erreicht.

Die grundsätzliche Form des Frequenzgangs und die Steigung von ungefähr $-20 \sim \mathrm{dB/dec}$ bei hohen Frequenzen bleiben erhalten.

Exercise E02.6 PWM-Störung im Strommesssignal

In einer Stromschaltung liegt ein Filter mit einer PWM-Frequenz von $80 \sim \mathrm{kHz}$ und einer Amplitude von $20 \sim \mathrm{mV}$ an. Wie groß ist die Amplitude nach dem Filter ungefähr zu erwarten? Angenommen, ein später eingesetztes Filter besitzt bei $30 \sim \mathrm{kHz}$ eine Dämpfung von $-12 \sim \mathrm{dB}$.

Solution

1. Schätzen Sie den zugehörigen linearen Spannungsfaktor ab.

Solution

Die Dämpfung bei $30 \sim \mathrm{kHz}$ beschreibt nur einen einzelnen Punkt des Frequenzgangs.

$$\hat{U}_{\mathrm{O}} \approx 0.25 \cdot 80 \sim \mathrm{mV} = 20 \sim \mathrm{mV}.$$

Zusätzlich muss bekannt sein,

$-12 \sim \mathrm{dB}$ können als zweimal $-6 \sim \mathrm{dB}$ betrachtet werden.

- welche Frequenzanteile zum Nutzsignal gehören, wie stark diese Nutzsignalanteile gedämpft werden, welche Phasenverschiebung entsteht und

- wie sich höhere Frequenzanteile bzw. Oberwellen verhalten.

Damit gilt näherungsweise:

Ein Filter muss daher immer über einen relevanten Frequenzbereich betrachtet werden.

$$\hat{A}_{\mathrm{V}} \approx 0.5 \cdot 0.5 = 0.25.$$

2.4 Zusammenfassung

- Der Frequenzgang beschreibt, wie eine Schaltung sinusförmige Signale unterschiedlicher Frequenz überträgt.
- Zur vollständigen Beschreibung gehören Amplitudenverhältnis und Phasenverschiebung.
- Für Spannungsverhältnisse gilt $A_{\mathrm{dB}} = 20 \log_{10}(|A|)$.
- $0 \sim \mathrm{dB}$ entsprechen einem Faktor 1, $20 \sim \mathrm{dB}$ einem Faktor 10 und ungefähr $6 \sim \mathrm{dB}$ einem Faktor 2.
- Das Bode-Diagramm besitzt eine logarithmische Frequenzachse sowie einen Amplituden- und einen Phasengang.
- Eine Dekade entspricht einer Verzehnfachung der Frequenz.
- $-20 \sim \mathrm{dB/dec}$ bedeuten eine Verringerung des Amplitudenverhältnisses um den Faktor 10 je Frequenzdekade.
- Bei einem System erster Ordnung liegt die Grenzfrequenz bei ungefähr $-3 \sim \mathrm{dB}$ gegenüber dem Durchlassbereich.

- -3 dB entsprechen einem Spannungsfaktor von ungefähr 0.707 , nicht 0.5 .
- Bode-Diagramme ermöglichen es, Nutz- und Störfrequenzen einer realen Schaltung gezielt zu beurteilen.

2.5 Ausblick

Bisher wurde ein Kondensator im Frequenzbereich mit der idealen Impedanz

$$Z_C = \frac{1}{j\omega C}$$

beschrieben.

Diese Gleichung sagt voraus, dass der Betrag der Impedanz mit steigender Frequenz immer weiter abnimmt.

Ein realer Kondensator verhält sich jedoch nur in einem begrenzten Frequenzbereich so.

Im nächsten Block wird deshalb der **reale Kondensator** betrachtet: Bauformen, ESR, ESL, Resonanzfrequenz, Spannungsabhängigkeit und die Frage, warum ein Kondensator bei hohen Frequenzen schließlich sogar induktives Verhalten zeigen kann.

From:

<https://wiki.mexle.org/> - MEXLE Wiki

Permanent link:

https://wiki.mexle.org/elektronische_schaltungstechnik/block02?rev=1790544309

Last update: 2026/09/27 23:25

