

6 Das stationäre elektrische Strömungsfeld

Student Group

First Name	Surname	Matrikel Nr.

Table of Contents

6. Das stationäre elektrische Strömungsfeld	2
6.1 Stromstärke und Strömungsfeld	2
Ziele	2
Stromstärke und Stromdichte im einfachen Fall	2
Feldlinien und Äquipotentialflächen des elektrischen Strömungsfeldes	3
Aufgabe	5
Aufgabe 6.1.1 durchgerechnete Übungen im Video	5
Aufgabe 6.1.2 Elektronengeschwindigkeit in Kupfer	5
6.2 Gaußscher Satz des Strömungsfeldes	6
Ziele	6
Video	6
Aufgaben	6
Aufgabe 6.2.1 Simulation	6

6. Das stationäre elektrische Strömungsfeld

Im elektrostatischen Feld wurden prinzipiell keine Ladungen in Bewegung betrachtet. Nun soll die Bewegung der Ladungen explizit betrachtet werden.

Das elektrische Strömungsfeld bezeichnet hier wie gemeinsame (kollektive) Bewegung von Ladungsträgern. Das stationäre Strömungsfeld beschreibt dabei die Ladungsträgerbewegung, wenn eine **Gleichspannung** die Ursache der Bewegung ist. Im stationären elektrischen Strömungsfeld fließt dann ein konstanter Gleichstrom. Damit gibt es keine Zeitabhängigkeit des Stroms:

$$\frac{dI}{dt} = 0$$

6.1 Stromstärke und Strömungsfeld

Ziele

Nach dieser Lektion sollten Sie:

1. in der Lage sein, das Strömungsfeld in einem eingeschnürten und geradlinigen Leiter zu skizzieren.
2. die Strömungsgeschwindigkeit von Elektronen bestimmen können.
3. die integrale Schreibweise der elektrischen Stromstärke kennen.



Fig. 1: Teil eines Leiters

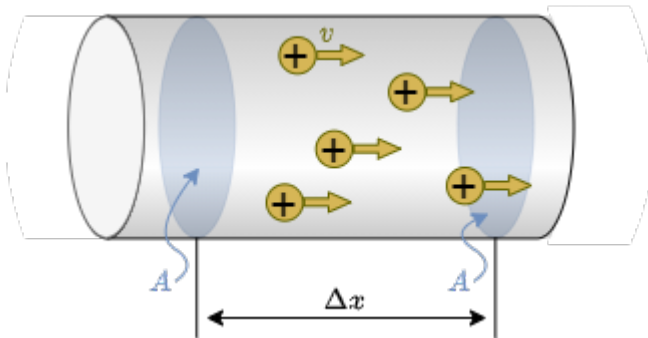
Stromstärke und Stromdichte im einfachen Fall

Die Stromstärke wurde bisher als "Ladung pro Zeit" ($I = \frac{dQ}{dt}$) begriffen. Mikroskopisch betrachtet ist der elektrische Strom die gerichtete Bewegung von elektrischen Ladungsträgern. Im Kapitel [Grundlagen und Grundbegriffe](#) sind wir auf das Bild des durch eine Querschnittsfläche A durchdringenden Ladungsträgerstromes bereits eingegangen (siehe [figure 1](#)). Weiterhin hatten wir in der Gleichstromtechnik ganz praktisch das ohmsche Gesetz mit $R = \frac{U}{I}$ angewandt. Nun wissen wir aber, dass aus dem elektrostatischen Feld die Spannung sich aus der elektrischen Feldstärke herleiten lässt. Wie ist das aber nun beim Strom?

Dazu wird das Paket dQ an Ladungen betrachtet, welches zukünftig in dem Zeitraum dt die Fläche A passieren wird. Diese Ladungen befinden sich in einem Teilvolumenelement dV ,

welches durch die zu durchtretende Fläche A und einem Teilabschnitt dx gegeben ist: $dV = A \cdot dx$. Die Menge an Ladungen pro Volumen wird durch die Ladungsträgerdichte angegeben, speziell bei Metallen durch die Elektronendichte n_e . Die Elektronendichte n_e gibt die Anzahl der freien Elektronen je Volumeneinheit an. Diese liegt z.B. bei Kupfer etwa bei $n_e(\text{Cu}) = 8,47 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{mm}^3}$.

Fig. 2: Ladungen in einem Teilvolumen im Leiter



Die in dem Teilvolumenelement dV enthaltenen, strömenden Ladungen sind dann (mit der Elementarladung e_0):

$$dQ = n_e \cdot e_0 \cdot A \cdot dx$$

Die Stromstärke ist dann mit $I = \frac{dQ}{dt}$:

$$dQ = n_e \cdot e_0 \cdot A \cdot \{dx\} \cdot \{dt\} = n_e \cdot e_0 \cdot A \cdot v_e$$

Es ergibt sich so eine Elektronengeschwindigkeit v_e von:

$$v_e = \{dx\} \cdot \{dt\} = \frac{I}{n_e \cdot e_0 \cdot A}$$

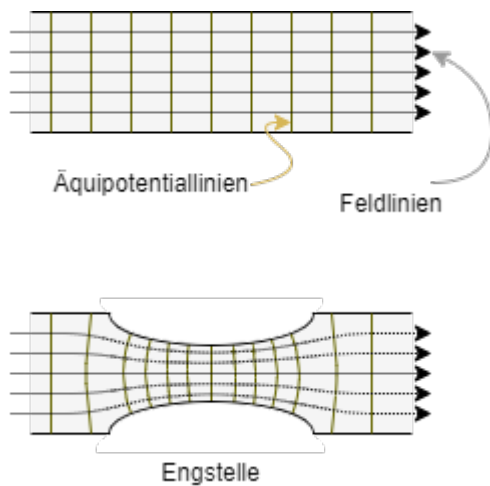
Mit Blick auf die Elektronengeschwindigkeit $v_e \sim \frac{I}{A}$ liegt es nahe eine (auf die Fläche bezogene) Stromdichte S zu bestimmen:

$$S = \frac{I}{A}$$

In einigen Büchern wird auch der Buchstabe j für die Stromdichte genutzt.

Feldlinien und Äquipotentialflächen des elektrischen Strömungsfeldes

Fig. 3: Feldlinien und Äquipotentialflächen des elektrischen Strömungsfeldes



Wie auch beim elektrostatischen Feld soll auch hier eine homogene Feldform und die inhomogene Feldform gegenübergestellt werden:

1. Homogenes Strömungsfeld

z.B. Leiter mit konstantem Querschnitt

1. Feldlinien des Stroms verlaufen parallel
2. Äquipotentialflächen stehen dazu stets senkrecht
3. Strom $I = S \cdot A$ ist konstant

\rightarrow Ladungsträger haben die gleiche Geschwindigkeit v

2. Inhomogenes Strömungsfeld

Schmelzsicherung oder Verjüngung im Draht

1. Feldlinien des Stroms verlaufen nicht parallel
2. Äquipotentialflächen stehen dazu stets senkrecht
3. Strom $I = S \cdot A$ muss auch konstant sein, da die Ladung nicht verschwindet / erzeugt wird, aber die Fläche A wird geringer
 \rightarrow damit muss die Stromdichte S und die Geschwindigkeit v an der Engstelle größer werden

Die Stromdichte wurde nur für eine konstante Querschnittsfläche A bestimmt, durch welche ein homogener Strom, also auch ein homogenes Strömungsfeld, rechtwinklig durchtritt. Nun soll aber ein allgemeiner Ansatz für die elektrische Stromstärke gefunden werden.

Hierzu wird zunächst statt einer konstanten Stromdichte S über einer senkrechten, geraden Querschnittsfläche A , eine variierende Stromdichte $S(A)$ über viele kleine Teilflächen dA betrachtet. Damit kann - wenn die Teilflächen hinreichend klein sind - wieder eine konstante Stromdichte über die Teilfläche erhalten werden. Es wird dann also aus

$$\begin{aligned} I &= S \cdot A \rightarrow dI = S \cdot dA \end{aligned}$$

Der Gesamtstrom über eine größere Fläche A ergibt sich somit als:

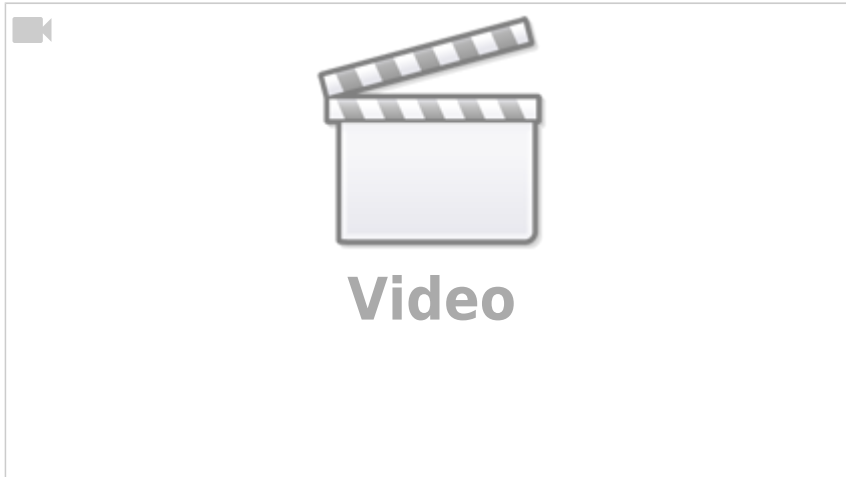
$$\begin{aligned} I &= \int dI = \int_A S \cdot dA \end{aligned}$$

Was hierbei aber nicht betrachtet wurde: Die gewählte Fläche A muss nicht zwangsläufig senkrecht auf der Stromdichte S stehen. Um dies zu berücksichtigen kann der (Teil)Flächennormalenvektor $d\vec{A}$ genutzt werden. Wenn nur der Teil der Stromdichte \vec{S} betrachtet werden soll, welcher in Richtung von $d\vec{A}$ wirkend, so lässt sich dies über das Skalarprodukt ermitteln:

$$\begin{aligned} I = \int dl = \int_A \vec{S} \cdot d\vec{A} \end{aligned}$$

Dies stellt die integrale Schreibweise der elektrischen Stromstärke dar. Mit dieser lässt sich die Stromstärke in einem beliebigen Feld ermitteln.

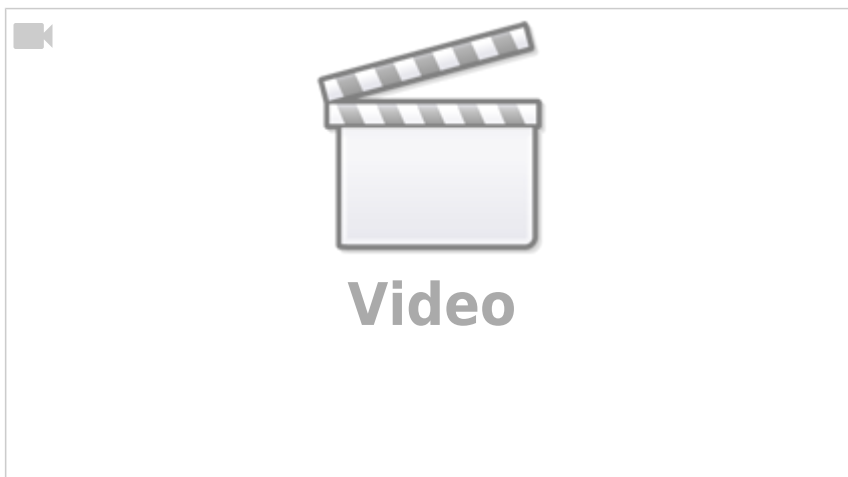
Die elektrischen Stromdichte



Aufgabe

Aufgabe 6.1.1 durchgerechnete Übungen im Video

Beispiele zur elektrischen Stromdichte



Aufgabe 6.1.2 Elektronengeschwindigkeit in Kupfer

In einem Leiter aus Kupfer mit der Querschnittsfläche A fließt der Strom $I = 20A$. Gegeben sei weiterhin die Elektronendichte $n_e(\text{Cu}) = 8,47 \cdot 10^{19} \frac{1}{\text{mm}^3}$ und den Betrag der Elementarladung $e_0 = 1,602 \cdot 10^{-19} \text{As}$

1. Wie groß ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $v_{e,1}$ der Elektronen, wenn die Querschnittsfläche des Leiters $A = 1,5 \text{mm}^2$ beträgt?
2. Wie groß ist die mittlere Strömungsgeschwindigkeit $v_{e,1}$ der Elektronen, wenn die

Querschnittsfläche des Leiters $A = 1,0\text{mm}^2$ beträgt?

6.2 Gaußscher Satz des Strömungsfeldes

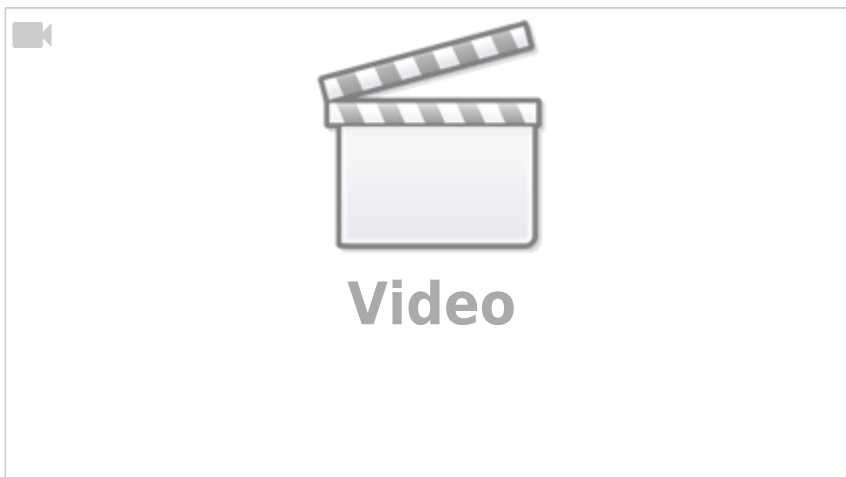
Ziele

Nach dieser Lektion sollten Sie:

1. wissen, welche Größen beim elektrostatischen Feld und beim Strömungsfeld vergleichbar sind.
2. anhand von Hüllflächen den Verschiebungsstrom erklären können.
3. verstanden haben wie der Strom "durch" einen Kondensator fließen kann.

Video

Warum fließt ein Elektronen durch einen Kondensator



Aufgaben

Aufgabe 6.2.1 Simulation

Im Simulationsprogramm von [Falstad](#) können von Äquipotentialflächen, elektrischer Feldstärke und Stromdichte in verschiedenen Objekten dargestellt werden.

1. Öffnen Sie das Simulationsprogramm über den Link
2. Wählen Sie: "Setup: Wire w/ Current" und "Show Current (j)"
3. Sie sehen nun einen endlichen Leiter,

bei dem am oberen Ende
Ladungsträger starten und am unteren
Ende ankommen.

4. Wir wollen nun beobachten, was bei
Verjüngungen im Leiter passiert.
 1. Wählen Sie dazu "Mouse = Clear
Square". Sie können nun mit
Hilfe der linken Maustaste vom
leitenden Material Teile
entfernen. Ziel soll sein, dass
etwas in der Mitte des Leiters
nur noch eine ein Kästchen
breite Leitung liegt, auf einer
Länge von wenigstens 10
Kästchen. Falls Sie wieder
leitendes Material hinzufügen
wollen, ist dies mit "Mouse =
Add - Conductor" möglich.
 2. Überlegen Sie sich, warum sich
bei der Verjüngung des Leiters
nun mehr Äquipotentiallinien
ansammeln.
 3. Wenn Sie auf zusätzlich mit
"Show E/j" das E-Feld
einzeichnen, sehen Sie, das
dieses entlang der Verjüngung
stärker ist. Dies lässt sich über
den Schieberegler "Brightness"
überprüfen. Warum ist das so?
5. Wählen Sie "Setup: Current in 2D 1",
"Show E/rho/j". Warum Verhält sich
der Hohlraum hier nicht wie ein
Faradayscher Käfig?

</WRAP></WRAP>

From:
<https://wiki.mexle.org/> - MEXLE Wiki
Permanent link:
https://wiki.mexle.org/elektrotechnik_1/das_stationaere_elektrische_stroemungsfeld?rev=1607653010
Last update: 2021/05/09 09:59

