Musterlösung Wintersemester 2020/2021

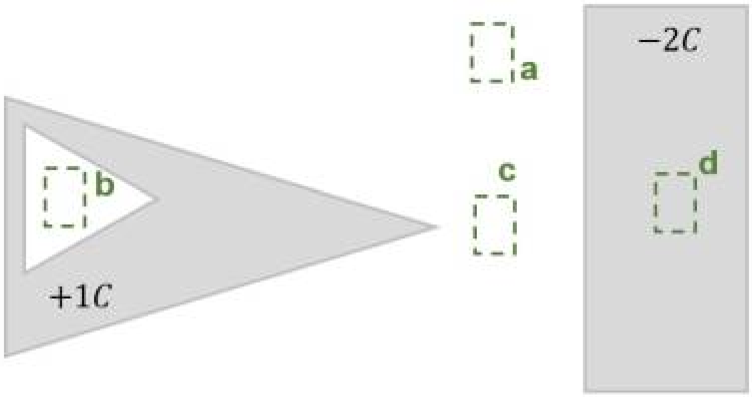
Student Group

First Name	Surname	Matrikel Nr.

Table of Contents

Musterlösung Wintersemester 2020/2021

Aufgabe 5.4.2 Feldstärke in unterschiedlicher Geometrie I (Klausuraufgabe, ca 6% einer 60minütigen Klausur)



In der Abbildung rechts ist eine Anordnung aus idealen metallischen Leitern (grau) mit angegebener Ladung gezeigt. In weiß ist ein Dielektrikum (z.B. Vakuum) dargestellt. Mehrere, bezeichnete Bereiche sind durch grün gestrichelte Rahmen eingezeichnet, welche sich teilweise im Innern der Objekte befinden.

Ordnen Sie die bezeichneten Bereiche eindeutig nach aufsteigender Feldstärke (Betrag)! Geben Sie auch an, wenn bezeichneten Bereiche betragsmäßig die gleiche Feldstärke haben.

Tipps für die Lösung

- Welches Feld herrscht in einem Raum vor, der vollständig durch einen leitfähigen Leiter umgeben wird?
- Wie verhält sich das Feld im Inneren eines Leiters?
- Erhöht oder sinkt die Feldstärke, wenn sich eine Ladung sich von einer anderen Ladung wegbewegt?
- Ist das Feld an bei einer Spitze höher oder niedriger?

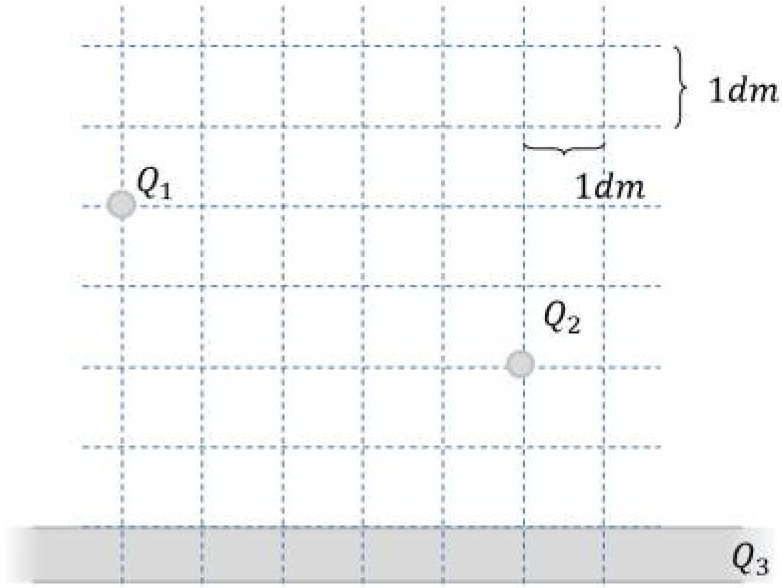
Lösungsweg

1. Bei b und d ist kein Feld messbar, da der umgebene Leiter auf einem konstanten Feld liegt. Er ergibt sich keine Potentialdifferenz und damit auch kein Feld.
2. Bei c ist ein Feld (Betrag >0) messbar, welches von der Ladung ($+1C$) zum länglichen Leiter ($-2C$) hinzeigt. Durch die Spitze kommt es zu einer Ladungsüberhöhung und damit zu einem höheren Feld.
3. Bei a ist ein Feld (Betrag >0) messbar, welches von der Ladung ($+1C$) zum länglichen Leiter ($-2C$) hinzeigt.

Endergebnis

$b = d < a < c$

Aufgabe 5.1.3 Kräfte auf Ladungen (Klausuraufgabe, ca 8% einer 60minütigen Klausur, WS2020)



Gegeben ist eine im Vakuum befindliche Anordnung elektrischer Ladungen (siehe Bild rechts).
Die Ladungen haben folgende Werte:
$Q_1=7$ µC (Punktladung)
$Q_2=5$ µC (Punktladung)
$Q_3=0$ C (unendlich ausgedehnte Flächenladung)

$\varepsilon_0=8,854\cdot 10^{-12}$ F/m , $\varepsilon_r=1$

1. Berechnen Sie Betrag der Kraft von Q_2 auf Q_1, ohne die Kraftwirkung von Q_3.

Tipps für die Lösung

- Welche Gleichung ist für die Kraftwirkung von Ladungen anzuwenden?
- Wie lässt sich der Abstand zwischen den beiden Ladungen ermitteln?

Lösungsweg

$$\begin{align*} F_C &= {{{1} \over {4\pi\cdot\varepsilon}} \cdot {{Q_1 \cdot Q_2} \over {r^2}}} \quad && | \text{mit } r=\sqrt{\Delta x^2 + \Delta y^2} \\ F_C &= {{{1} \over {4\pi\cdot\varepsilon}} \cdot {{Q_1 \cdot Q_2} \over {\Delta x^2 + \Delta y^2}}} \quad && | \text{Zahlenwerte einsetzen, Abstände ablesen: } \Delta x = 5dm, \Delta y = 3dm \\ F_C &= {{{1} \over {4\pi\cdot 8,854\cdot 10^{-12} F/m}} \cdot {{7 \cdot 10^{-6} C \cdot 5 \cdot 10^{-6} C} \over { (0,5m)^2 + (0,2m)^2}}} \end{align*}$$

Endergebnis

$$\begin{align*} |F_C| = 1,084 N -> 1,1 N \end{align*}$$

2. Ist diese Kraft anziehend oder abstoßend?

Tipps für die Lösung

- Welche Kraftwirkung zeigen gleich bzw. gegensätzlich geladene Körper aufeinander?

Endergebnis

Die Kraft ist abstoßend, da beide Ladungen das gleiche Vorzeichen haben.

3. Nun sei $Q_2=0$ und die Flächenladung Q_3 in der Art gestaltet, dass sich ein homogenes elektrisches Feld mit $E_3=100 kV/m$ ergibt.
Welche Kraft (Betrag) ergibt sich nun auf Q_1?

Tipps für die Lösung

- Welche Gleichung ist für die Kraftwirkung im homogenen Feld anzuwenden?

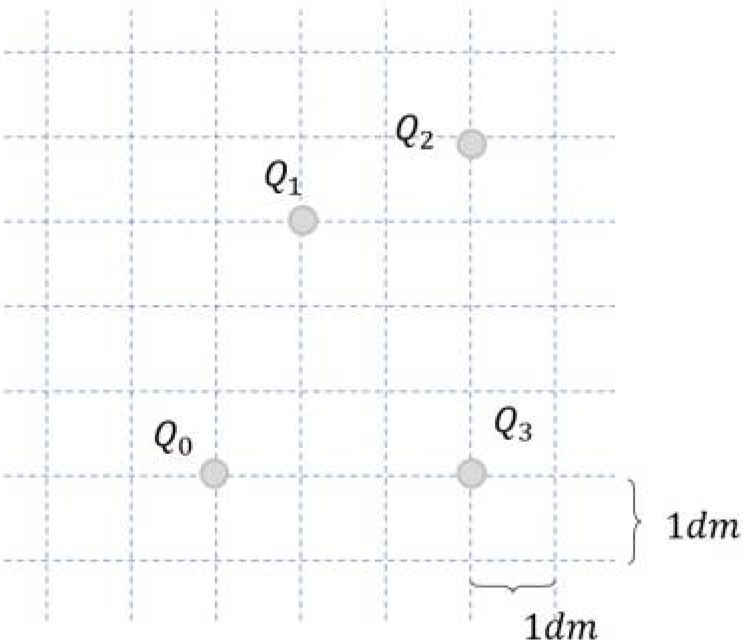
Lösungsweg

\begin{align*} F_C &= E \cdot Q_1 \quad && | \text{Zahlenwerte einsetzen} \\ F_C &= 100 \cdot 10^3 V/m \cdot 7 \cdot 10^{-6} C \end{align*}

Endergebnis

\begin{align*} |F_C| = 0,7 N \end{align*}

Aufgabe 5.2.1 mehrere Kräfte auf eine Ladung I (Klausuraufgabe, ca 8% einer 60minütigen Klausur, WS2020)



Gegeben ist die die Anordnung elektrischer Ladungen im Bild rechts.
Es ergeben sich folgende Kraftwirkungen:
$F_{01}=-5 N$
$F_{02}=-6 N$
$F_{03}=+3 N$

Ermitteln Sie rechnerisch die den Betrag der resultierenden Kraft.

Tipps für die Lösung

- Wie müssen die Kräfte vorbereitet werden, dass sie tatsächlich addiert werden können?

Lösungsweg

\begin{align*} F_0 &= |\vec{F_0}| \quad \quad \text{ mit } \vec{F_0} = \left(\begin{matrix}{F_{x,0}}\\ {F_{y,0}} \end{matrix} \right) = \left(\begin{matrix} \sum\limits_{n} F_{x,0n} \\ \sum\limits_{n} F_{y,0n} \end{matrix} \right) \\ F_0 &= \sqrt{ \left(\sum\limits_{n} F_{x,0n} \right)^2 + \left(\sum\limits_{n} F_{y,0n} \right)^2 } \\ \end{align*}

Die vorhandenen Kräfte müssen in Koordinaten zerlegt werden. Hier empfehlen sich die orthogonalen Koordinaten (x und y).
Das Koordinatensystem sei so ausgelegt, dass der Ursprung in Q_0 liegt mit der x-Achse in Richtung Q_3 und die y-Achse entsprechend rechtwinklig dazu.
Zur Koordinatenzerlegung sind die Winkel $alpha_{0n}$ der Kräfte zur x-Achse notwendig.
Diese ergeben sich im gewählten Koordinatensystem aus den Koordinaten der Ladungen:
$\alpha_{0n} = atan(\frac{\Delta y}{\Delta x})$
$\alpha_{01} = atan(\frac{3}{1})= 1,249 = 71,6°$
$\alpha_{02} = atan(\frac{4}{3})= 0,927 = 53,1°$
$\alpha_{03} = atan(\frac{0}{3})= 0= 0°$

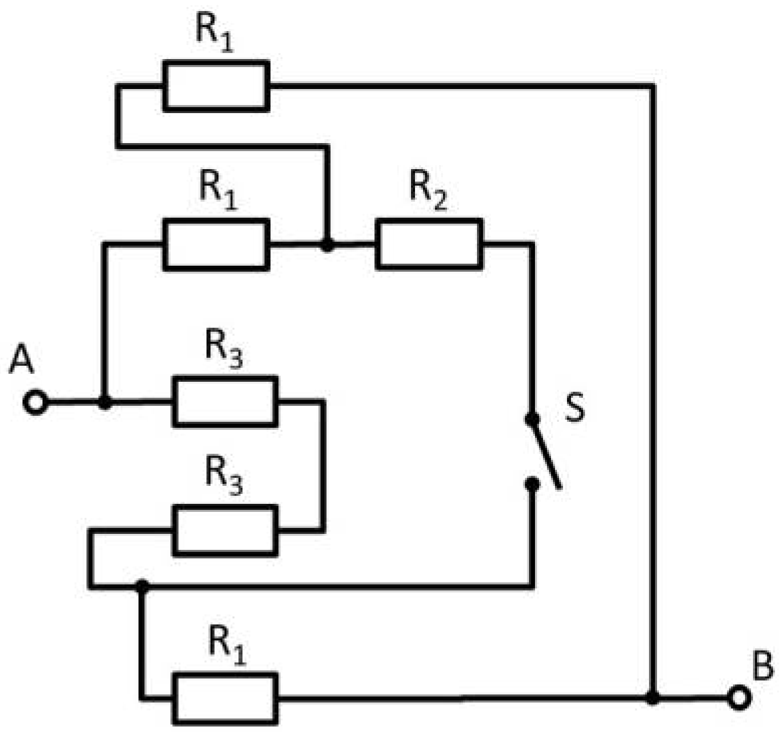
Dann ergeben sich die zerlegten Kräfte zu:

\begin{align*} F_{x,0} &= F_{x,01} + F_{x,02} + F_{x,03} && | \quad \text{mit } F_{x,0n} = F_{0n} \cdot sin(\alpha_{0n}) \\ F_{x,0} &= (-5N) \cdot sin(71,6°) + (-6N) \cdot sin(53,1°) + (+3N) \cdot sin(0°) \\ F_{x,0} &= -2,18 N \\ \\ F_{y,0} &= F_{x,01} + F_{x,02} + F_{x,03} && | \quad \text{mit } F_{y,0n} = F_{0n} \cdot cos(\alpha_{0n}) \\ F_{y,0} &= (-5N) \cdot cos(71,6°) + (-6N) \cdot cos(53,1°) + (+3N) \cdot cos(0°) \\ F_{y,0} &= -9,54 N \\ \\ \end{align*}

Endergebnis

\begin{align*} F_0 &= \sqrt{ (-2,18 N)^2 + (-9,54 N)^2 } = 9,79 N -> 9,8 N \\ \end{align*}

Aufgabe 2.7.7 Vereinfachen von Schaltungen (Klausuraufgabe, ca 8% einer 60minütigen Klausur, WS2020)



Gegeben ist die nebenstehende Schaltung mit
$R_1=10 \Omega$
$R_2=20 \Omega$
$R_3=5 \Omega$
und dem Schalter S.

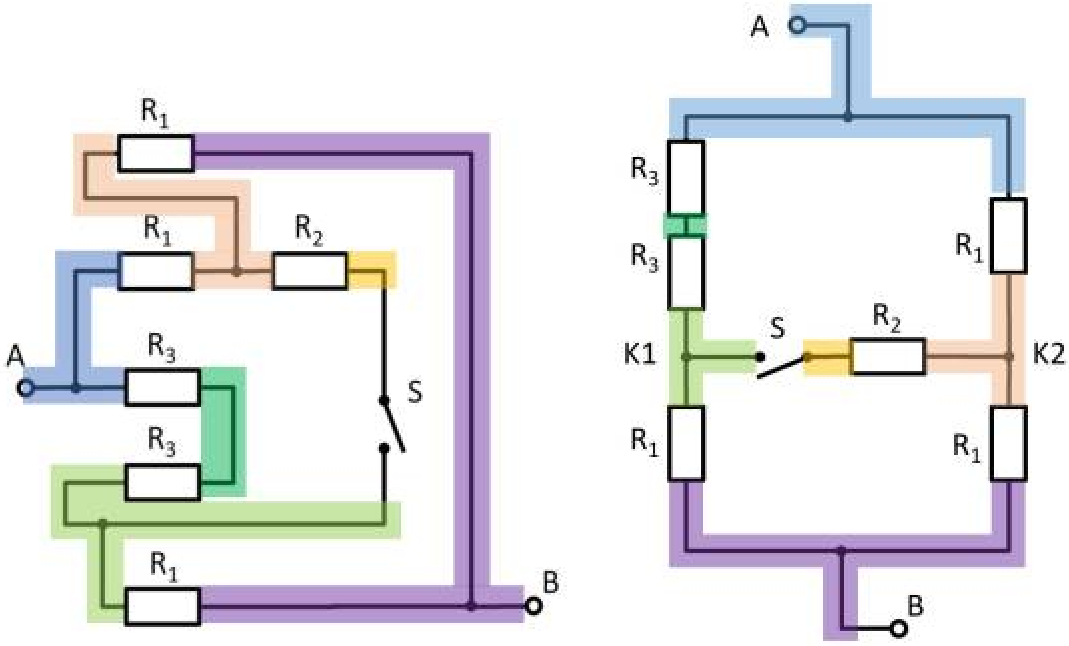
1. Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand R_{ges} zwischen A und B durch Zusammenfassen der Widerstände bei offenem Schalter S.

Tipps für die Lösung

- Wie lässt sich die Schaltung besser darstellen bzw. auseinanderziehen?
- Der Schalter sollt dabei durch eine offene Leitung ersetzt werden.

Lösungsweg

Zunächst bietet es sich an die Schaltung umzuformen, damit die eigentliche Struktur sichtbar wird.
Hierzu können die einzelnen Zweige farbig hervorgehoben und als “leitfähiges Gummiband” interpretiert werden.
Es ergibt sich somit:



Damit lassen sich R_3 und R_3 zu $R_{33} = 2 \cdot R_3 = R_1$ zusammenfassen und es ergibt sich so ein linker und ein rechter Spannungsteiler.
Nun ist sichtbar, dass sich im linken und rechten Spannungsteiler das gleiche Potential am jeweiligen Abzweig, bzw. am Knoten K1 (grün) und K2 (pink).

Der Gesamtwiderstand lässt sich also berechnen als $R_{ges} = (2 \cdot R_1)||(2 \cdot R_1)$.
Durch die Symmetrie können aber auch die Knoten K1 und K2 kurzgeschlossen werden. Es gilt also auch $R_{ges} = 2 \cdot \left(R_1||R_1 \right)$.

Endergebnis

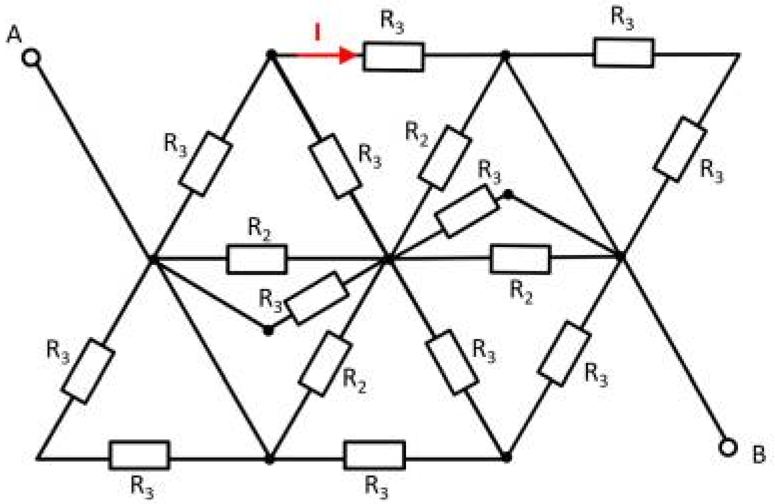
\begin{align*} R_{ges} &= 2 \cdot \left(10 \Omega || 10 \Omega \right) = 10 \Omega \end{align*}

2. Welcher Gesamtwiderstand ergibt sich, wenn Schalter S geschlossen wird?

Endergebnis

Aufgrund der Symmetrie sind die Potentiale an K1 und K2 gleich. Damit fließt selbst bei geschlossenem Schalter kein Strom über den Widerstand R_2.
Der Widerstand bleibt also gleich.

Aufgabe 2.7.8: Vereinfachen von Schaltungen II (Klausuraufgabe, ca 8% einer 60minütigen Klausur, WS2020)



Gegeben ist die nebenstehende Schaltung mit
$R_1=5 \Omega$
$R_2=10 \Omega$
$R_3=20 \Omega$

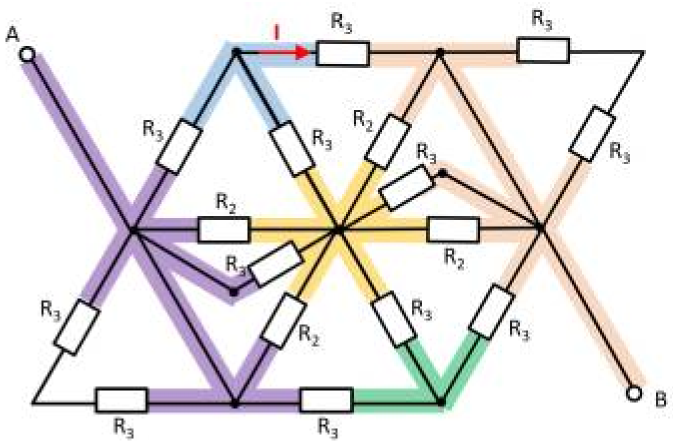
1. Bestimmen Sie den Gesamtwiderstand R_{ges} zwischen A und B durch Zusammenfassen der Widerstände.

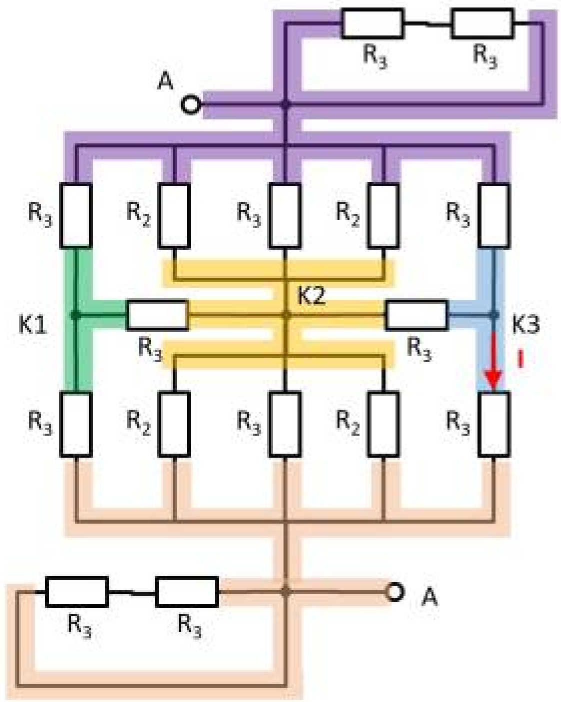
Tipps für die Lösung

- Wie lässt sich die Schaltung besser darstellen bzw. auseinanderziehen?
- Schalter (falls vorhanden) sollten dabei durch eine offene oder kurzgeschlossene Leitung ersetzt werden.
- Ergeben sich gleiche Potentiale an verschiedenen Knoten, die geschickt genutzt werden können?

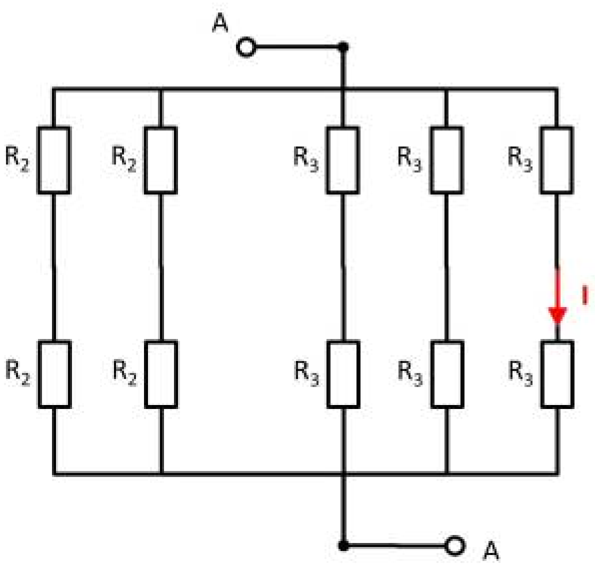
Lösungsweg

Zunächst bietet es sich an die Schaltung umzuformen, damit die eigentliche Struktur sichtbar wird.
Hierzu können die einzelnen Zweige farbig hervorgehoben und als "leitfähiges Gummiband" interpretiert werden.
Es zeigt sich, dass die beiden Widerstände R_3 oben links und unten rechts jeweils kurzgeschlossen sind. Es ergibt sich somit:





Hier hilft es das Potential der Knoten K1, K2 und K3 zu betrachten. Bei K2 müssen dazu die Widerstände $R_2 || R_3 || R_2$ oben und unten jeweils zusammengefasst werden. Es ergeben sich also die gleichen Widerstandswerte oben und unten. Auch bei den Knoten K1 und K2 ergeben sich jeweils die gleichen Widerstandwerte oben wie unten. Mit den jeweils gleichen Verhältnissen der Widerstände bei K1, K2 und K3 lässt sich folgern, dass über die Widerstände R_3 zwischen K1 und K2 bzw. K2 und K3 kein Strom fließt. Diese tragen also nicht zum Gesamtwiderstand bei. In einem solchen Fall kann zwischen den relevanten Knoten für die Rechnung ein Kurzschluss oder eine offene Leitung frei gewählt werden. Im folgenden wird eine offene Leitung gewählt. Zusätzlich können die parallelen Stränge noch umsortiert werden.
Damit ergibt sich:



$$\begin{align*} R_{ges} &= \left(\left(2 \cdot R_2 \right) || \left(2 \cdot R_2 \right) \right) \quad && || \quad \left(\left(2 \cdot R_3 \right) || \left(2 \cdot R_3 \right) || \left(2 \cdot R_3 \right) \right) \\ R_{ges} &= R_2 \quad && || \quad \left(R_3 || \left(2 \cdot R_3 \right) \right)$$

\\ R_{ges} &= R_2 \quad && || \quad \frac{R_3 \cdot 2 R_3}{R_3 + 2 R_3} \\ R_{ges} &= R_2 \quad && || \quad \frac{2}{3}\cdot R_3 \\ R_{ges} &= \frac{R_2 \cdot \frac{2}{3}\cdot R_3}{R_2 + \frac{2}{3}\cdot R_3} = \frac{R_2 \cdot R_3}{\frac{3}{2}\cdot R_2 + R_3} \\ \\ \end{align*}

Endergebnis

\begin{align*} R_{ges} &= \frac{10 \Omega \cdot 20 \Omega}{\frac{3}{2}\cdot 10 \Omega + 20 \Omega} = 5,7143 \Omega -> 5,7 \Omega \\ \end{align*}

2. Nun sei die Spannung von A nach B: $U_{AB}=U_0= 20 V$. Wie groß ist der Strom I?

Lösungsweg

Der Teilstrom I ergibt sich direkt aus der Spannung U_0: \begin{align*} I &=\frac{U_0}{2 \cdot R_3} \end{align*}

Endergebnis

\begin{align*} I =\frac{20V}{2 \cdot 20 \Omega} = 0,5 A \end{align*}